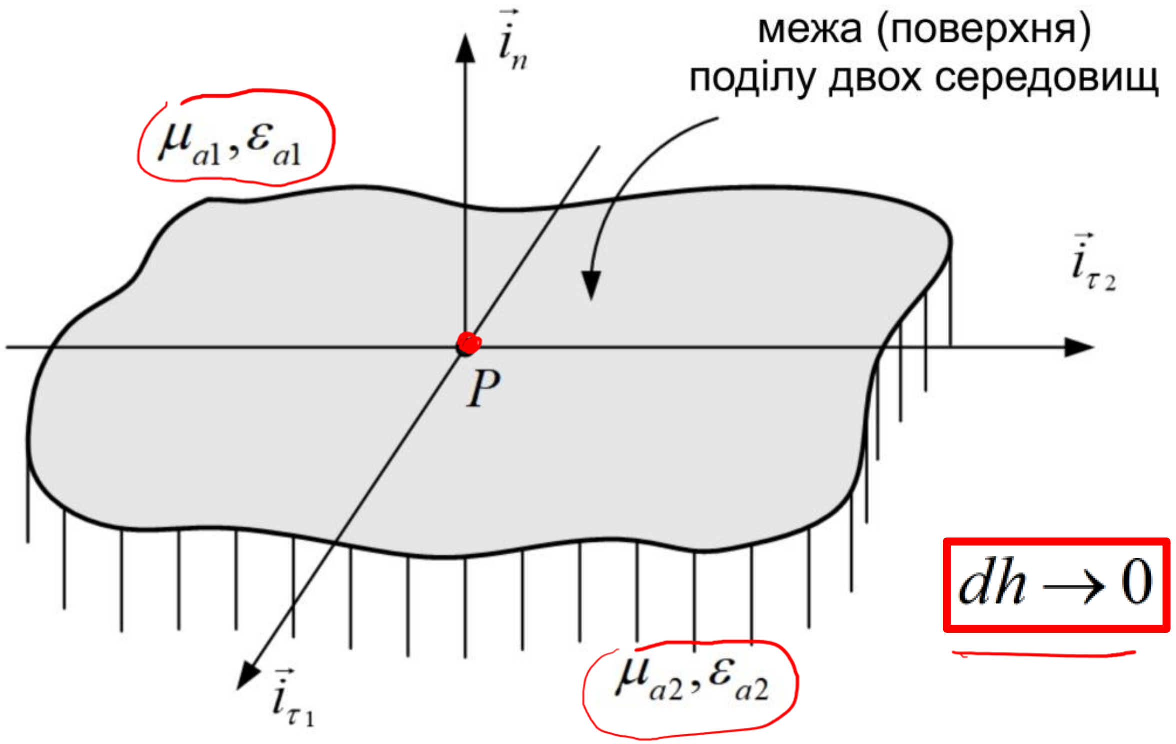
Відображення та заломлення плоских хвиль на плоскій межі поділу середовищ

Семен ЖИЛА

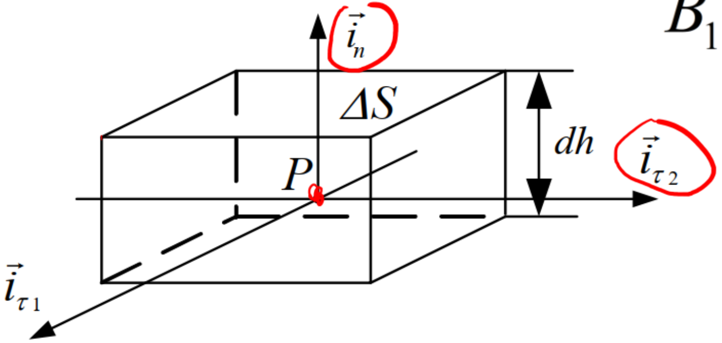
Граничні умови

$$\begin{cases} \oint\limits_L \vec{E}d\vec{l} = -\int\limits_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}d\vec{s} = -\frac{\partial \Phi_H}{\partial t}, \qquad \Phi_H = \int\limits_S \vec{B}d\vec{s} \\ \oint\limits_L \vec{H}d\vec{l} = \int\limits_S \vec{j}d\vec{s} + \int\limits_S \varepsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}d\vec{s} = I + \frac{\partial \Phi_E}{\partial t}, \ \Phi_E = \int\limits_S \vec{D}d\vec{s} \\ \int\limits_S \vec{D}d\vec{s} = \sum q \\ \int\limits_S \vec{B}d\vec{s} = 0 \end{cases}$$



$$\boxed{dh \to 0}$$

$$\oint\limits_S \vec{B}d\vec{S} = \vec{B}_1\vec{i}_n\Delta S - \vec{B}_2\vec{i}_n\Delta S = 0$$



$$\vec{B}_1\vec{i}_n - \vec{B}_2\vec{i}_n = 0$$

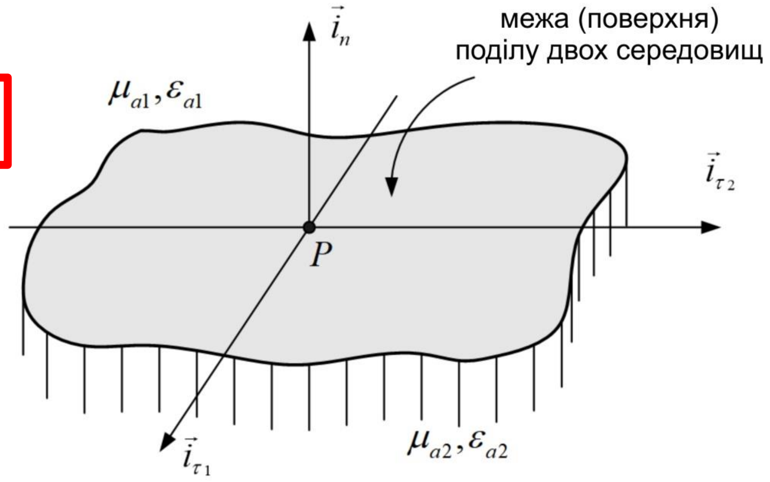
$$B_{1n} = B_{2n}$$

$$\mu_{a1}H_{1n} = \mu_{a2}H_{2n}$$

Граничні умови

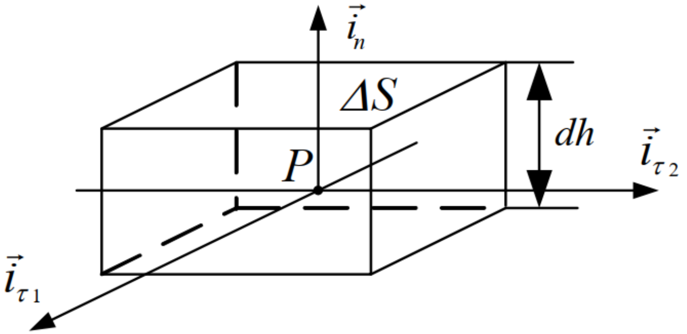
$$\begin{cases} \oint\limits_L \vec{E}d\vec{l} = -\int\limits_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s} = -\frac{\partial \Phi_H}{\partial t}, \qquad \Phi_H = \int\limits_S \vec{B}d\vec{s} \\ \oint\limits_L \vec{H}d\vec{l} = \int\limits_S \vec{j}d\vec{s} + \int\limits_S \varepsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} d\vec{s} = I + \frac{\partial \Phi_E}{\partial t}, \; \Phi_E = \int\limits_S \vec{D}d\vec{s} \\ \int\limits_S \vec{D}d\vec{s} = \sum q \\ \int\limits_S \vec{B}d\vec{s} = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{dh \to 0}$$



$$q = 0$$

$$\oint\limits_S \vec{D}d\vec{s} = D_1\vec{i}_n \Delta S - \vec{D}_2\vec{i}_n \Delta S = 0$$



$$\sigma_{пов}$$

$$\vec{D}_1\vec{i}_n - \vec{D}_2\vec{i}_n = 0$$

$$\lim_{dh \to 0} \oint\limits_S \vec{D}d\vec{S} = \left(\vec{D}_1\vec{i}_n - \vec{D}_2\vec{i}_n\right)\Delta S = \sigma_{пов}\Delta S$$

$$D_{1n} = D_{2n}$$

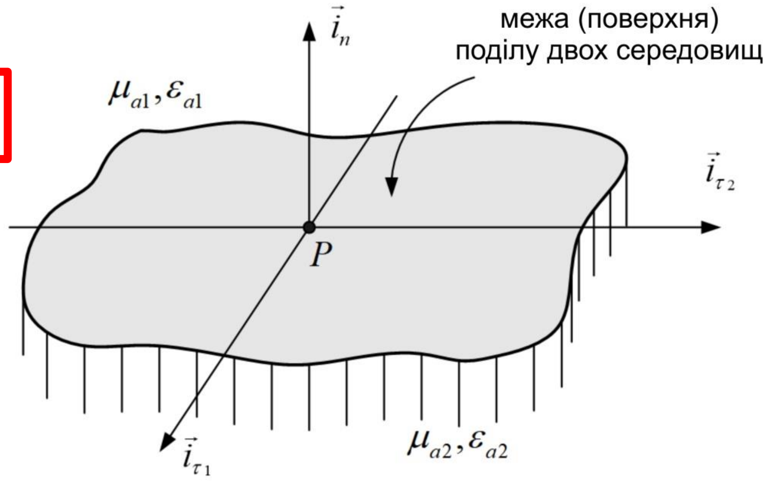
$$D_{1n} - D_{2n} = \sigma_{пов}$$

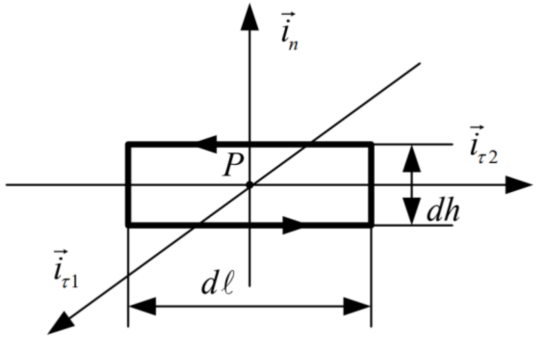
$$\varepsilon_{a1}E_{1n} = \varepsilon_{a2}E_{2n}$$

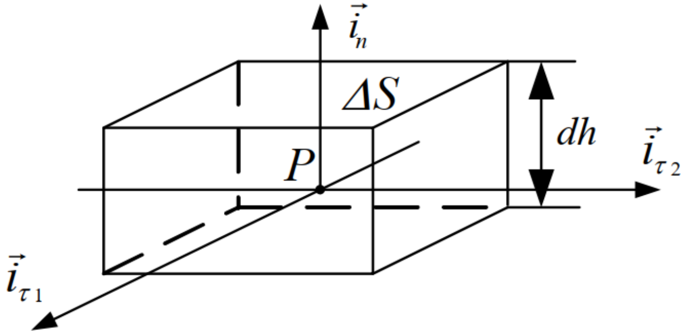
Граничні умови

$$\begin{cases} \oint\limits_L \vec{E}d\vec{l} = -\int\limits_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{s} = -\frac{\partial \Phi_H}{\partial t}, \qquad \Phi_H = \int\limits_S \vec{B}d\vec{s} \\ \oint\limits_L \vec{H}d\vec{l} = \int\limits_S \vec{j}d\vec{s} + \int\limits_S \varepsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} d\vec{s} = I + \frac{\partial \Phi_E}{\partial t}, \ \Phi_E = \int\limits_S \vec{D}d\vec{s} \\ \int\limits_S \vec{D}d\vec{s} = \sum q \\ \int\limits_S \vec{B}d\vec{s} = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{dh \to 0}$$







$$\lim_{dh \to 0} \oint\limits_L \vec{H}d\vec{\ell} = \vec{H}_2 \vec{i}_{\tau 2} d\ell - \vec{H}_1 \vec{i}_{\tau 2} d\ell = \left(\vec{j}_{пров} \vec{i}_{\tau 1} + \vec{j}_{см} \vec{i}_{\tau 1} \right) d\ell dh$$

провідність середовища є кінцевою

$$\vec{H}_2 \vec{i}_{\tau 2} - \vec{H}_1 \vec{i}_{\tau 2} = 0 \rightarrow H_{1\tau} = H_{2\tau}$$

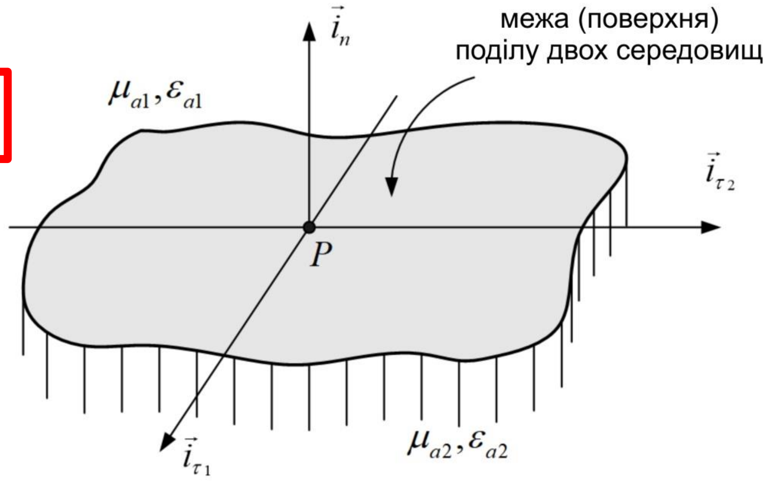
провідність середовища нескінченна

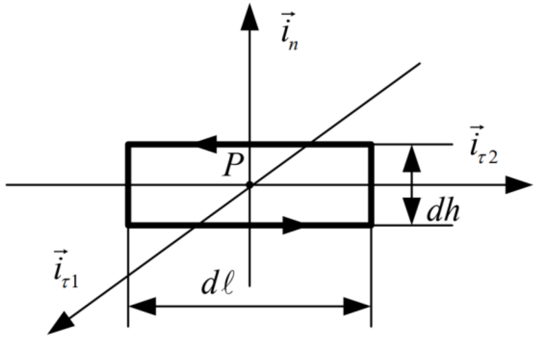
$$\vec{H}_2 \vec{i}_{\tau 2} - \vec{H}_1 \vec{i}_{\tau 2} = H_{2\tau} - H_{1\tau} = \eta \leftarrow \lim_{dh \to 0} \oint\limits_L \vec{H}d\vec{\ell} = \left(\vec{H}_2 \vec{i}_{\tau 2} - \vec{H}_1 \vec{i}_{\tau 2} \right) d\ell = dI_n$$

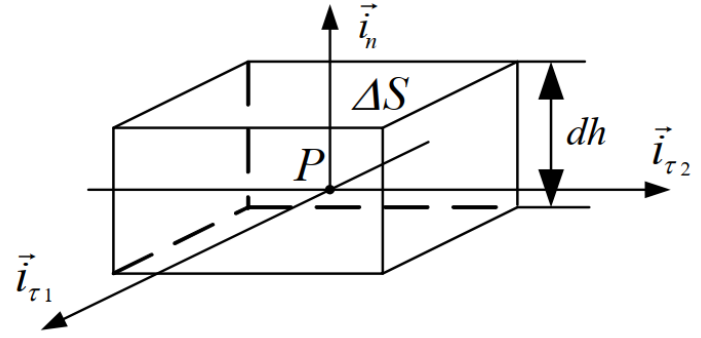
Граничні умови

$$\begin{cases}\oint\limits_L \vec{E}d\vec{l} = -\int\limits_S \dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}d\vec{s} = -\dfrac{\partial \Phi_H}{\partial t}, \qquad \Phi_H = \int\limits_S \vec{B}d\vec{s} \\ \oint\limits_L \vec{H}d\vec{l} = \int\limits_S \vec{j}d\vec{s} + \int\limits_S \varepsilon_a \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}d\vec{s} = I + \dfrac{\partial \Phi_E}{\partial t}, \ \Phi_E = \int\limits_S \vec{D}d\vec{s} \\ \int\limits_S \vec{D}d\vec{s} = \sum q \\ \int\limits_S \vec{B}d\vec{s} = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{dh \to 0}$$







$$\lim_{dh \to 0} \oint\limits_L \vec{E}d\vec{\ell} = (\vec{E}_2\vec{i}_{\tau 2} - \vec{E}_1\vec{i}_{\tau 2})d\ell = -\left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)\vec{i}_{\tau 1}d\ell dh$$

$$\vec{E}_2\vec{i}_{\tau 2} - \vec{E}_1\vec{i}_{\tau 2} = 0$$

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, \quad \frac{D_{1\tau}}{\dot{\varepsilon}_{a1}} = \frac{D_{2\tau}}{\dot{\varepsilon}_{a2}}$$

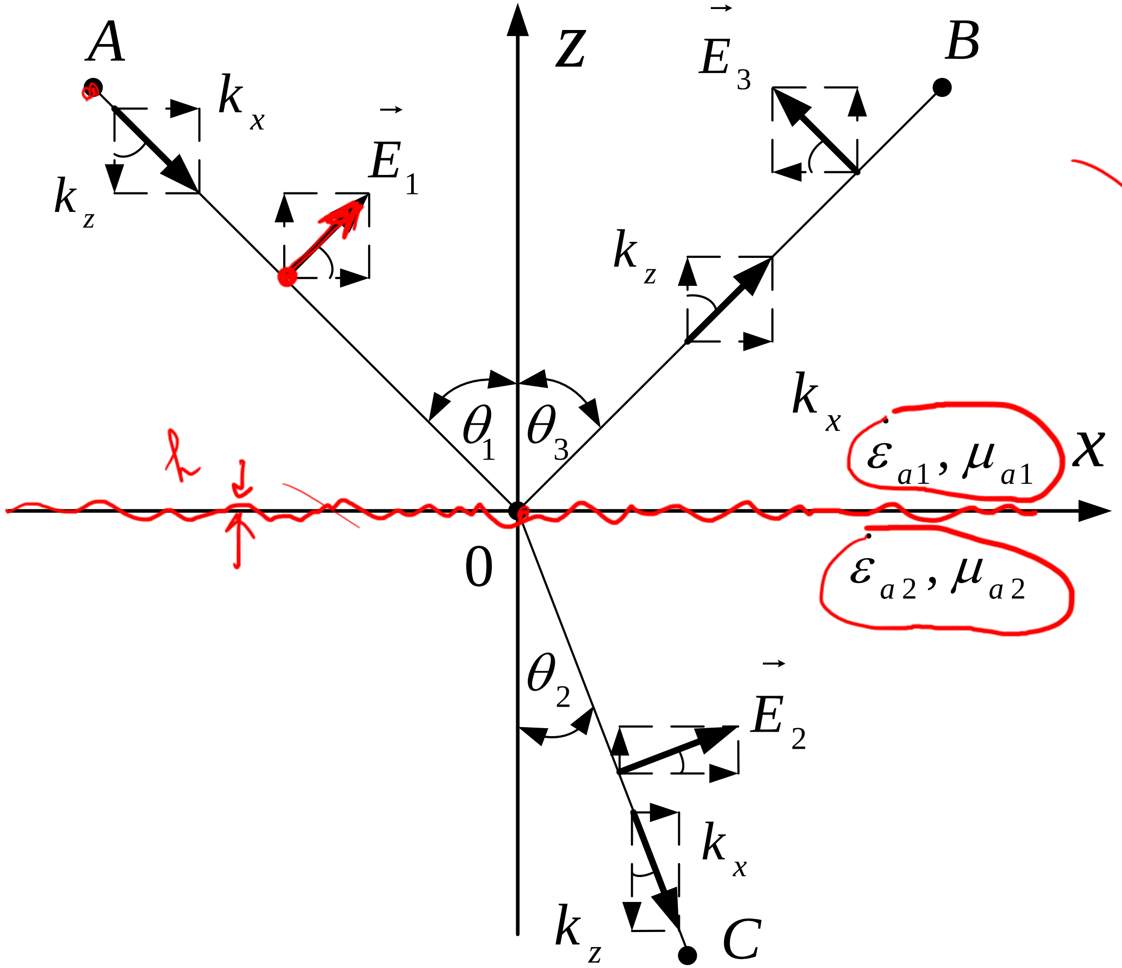
Плоска поверхня

$$h < \frac{\lambda}{16\cos\theta}$$

$\omega = 2\pi f$

$f = \frac{c}{T}$

$c = 3 \cdot 10^8 \ \frac{м}{с}$



$$\dot{\vec{E}}_1 = \dot{\vec{E}}_{10} e^{j\left[\omega t - \dot{\vec{k}}_1 \vec{R}\right]}$$

$$\dot{\vec{H}}_1 = \dot{\vec{H}}_{10} e^{j\left[\omega t - \dot{\vec{k}}_1 \vec{R}\right]}$$

$$\dot{\vec{E}}_1 = \dot{\vec{E}}_{10} e^{-j\dot{\vec{k}}_1 \vec{R}} = \dot{\vec{E}}_{10} e^{-j\dot{k}_1 (x\sin\theta_1 - z\cos\theta_1)},$$

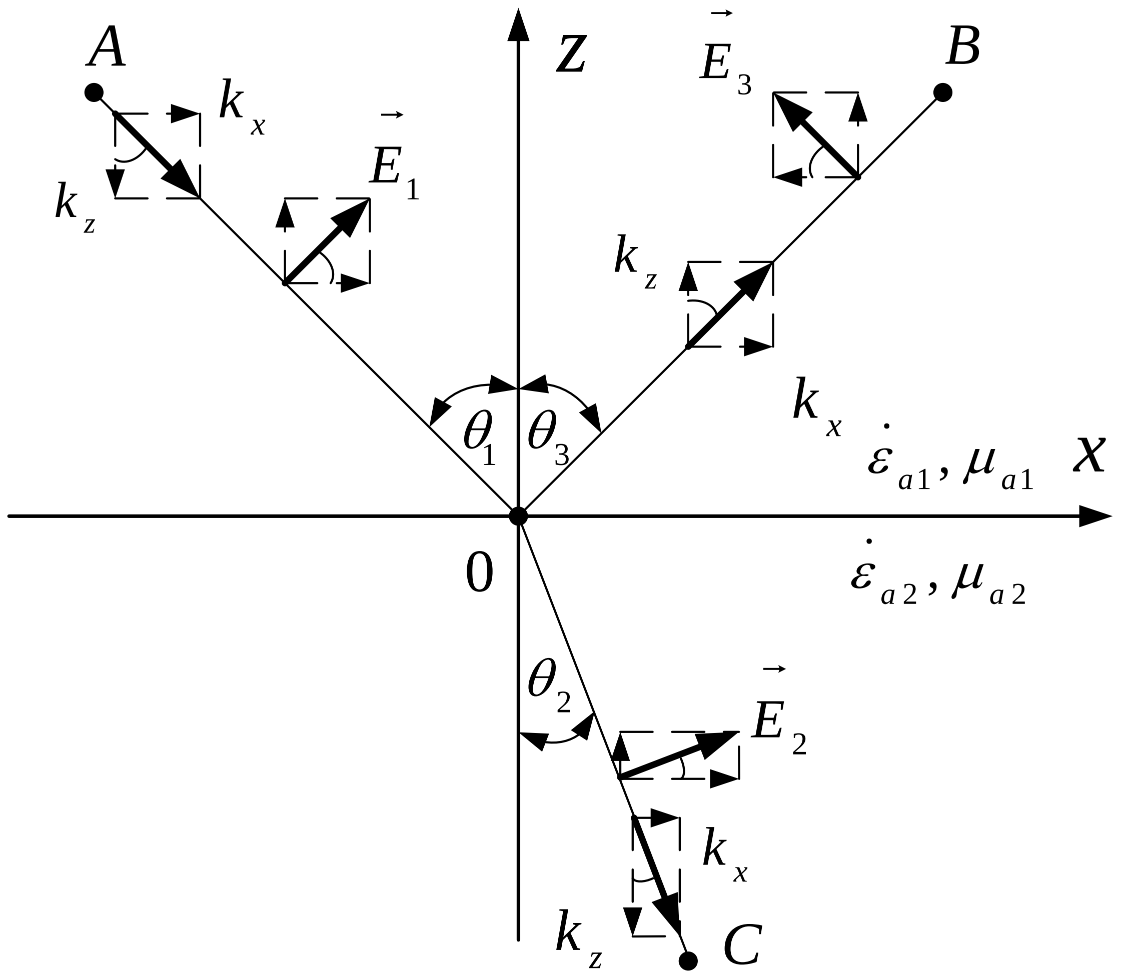
$$\dot{\vec{E}}_2 = \dot{\vec{E}}_{20} e^{-j\dot{\vec{k}}_2 \vec{R}} = \dot{\vec{E}}_{20} e^{-j\dot{k}_2 (x\sin\theta_2 - z\cos\theta_2)},$$

$$\dot{\vec{E}}_3 = \dot{\vec{E}}_{30} e^{-j\dot{\vec{k}}_3 \vec{R}} = \dot{\vec{E}}_{30} e^{-j\dot{k}_3 (x\sin\theta_3 + z\cos\theta_3)},$$

$$\dot{\vec{H}}_1 = \frac{\dot{\vec{E}}_1}{\rho_1}, \quad \dot{\vec{H}}_2 = \frac{\dot{\vec{E}}_2}{\rho_2}, \quad \dot{\vec{H}}_3 = \frac{\dot{\vec{E}}_3}{\rho_1},$$

Плоска поверхня

$$h < \frac{\lambda}{16 cos\theta}$$



На межі тангенціальні складові електричного та магнітного полів задовольняють умовам

$$z = 0, \quad E_{1\tau} = E_{2\tau}, \quad H_{1\tau} = H_{2\tau},$$

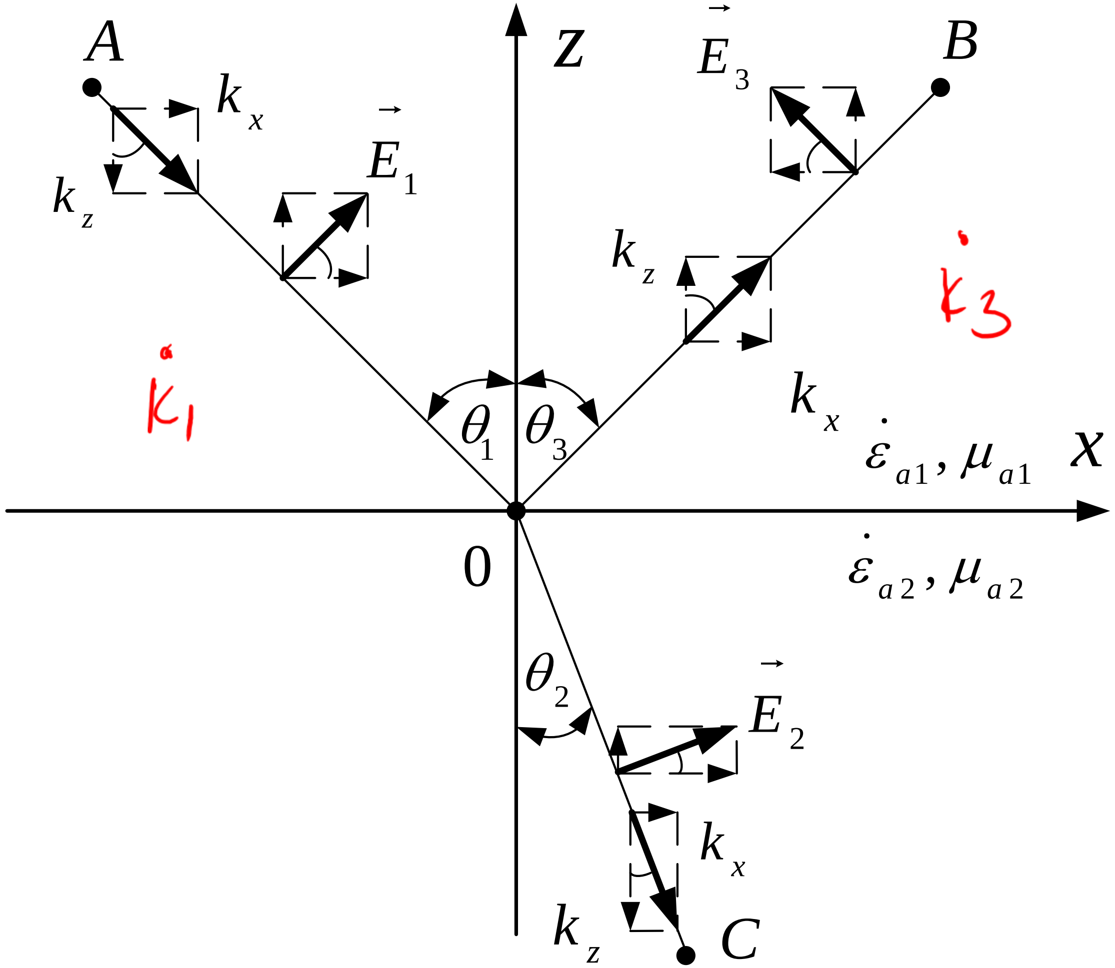
$$\dot{E}_{1\tau} = \dot{E}_1 \cos\theta_1 - \dot{E}_3 \cos\theta_3, \quad \dot{E}_{2\tau} = \dot{E}_2 \cos\theta_3.$$

$$\dot{E}_{10} \cos\theta_1 e^{-j\dot{k}_1 x \sin\theta_1} - \dot{E}_{30} \cos\theta_3 e^{-j\dot{k}_3 x \sin\theta_3} = \dot{E}_{20} \cos\theta_2 e^{-j\dot{k}_2 x \sin\theta_2}$$

$$\begin{cases} \dot{k}_1 x \sin\theta_1 = \dot{k}_3 x \sin\theta_3 = \dot{k}_2 x \sin\theta_2 \\ \dot{E}_{10} \cos\theta_1 - \dot{E}_{30} \cos\theta_3 = \dot{E}_{20} \cos\theta_2 \end{cases}$$

Плоска поверхня

$$h < \frac{\lambda}{16 cos\theta}$$



$$\dot{k}_1 x \sin\theta_1 = \dot{k}_3 x \sin\theta_3 = \dot{k}_2 x \sin\theta_2$$

$$\dot{E}_{10}\cos\theta_1 - \dot{E}_{30}\cos\theta_3 = \dot{E}_{20}\cos\theta_2$$

$$\dot{k}_1 = \dot{k}_3 \Rightarrow \boxed{\theta_1 = \theta_3}$$

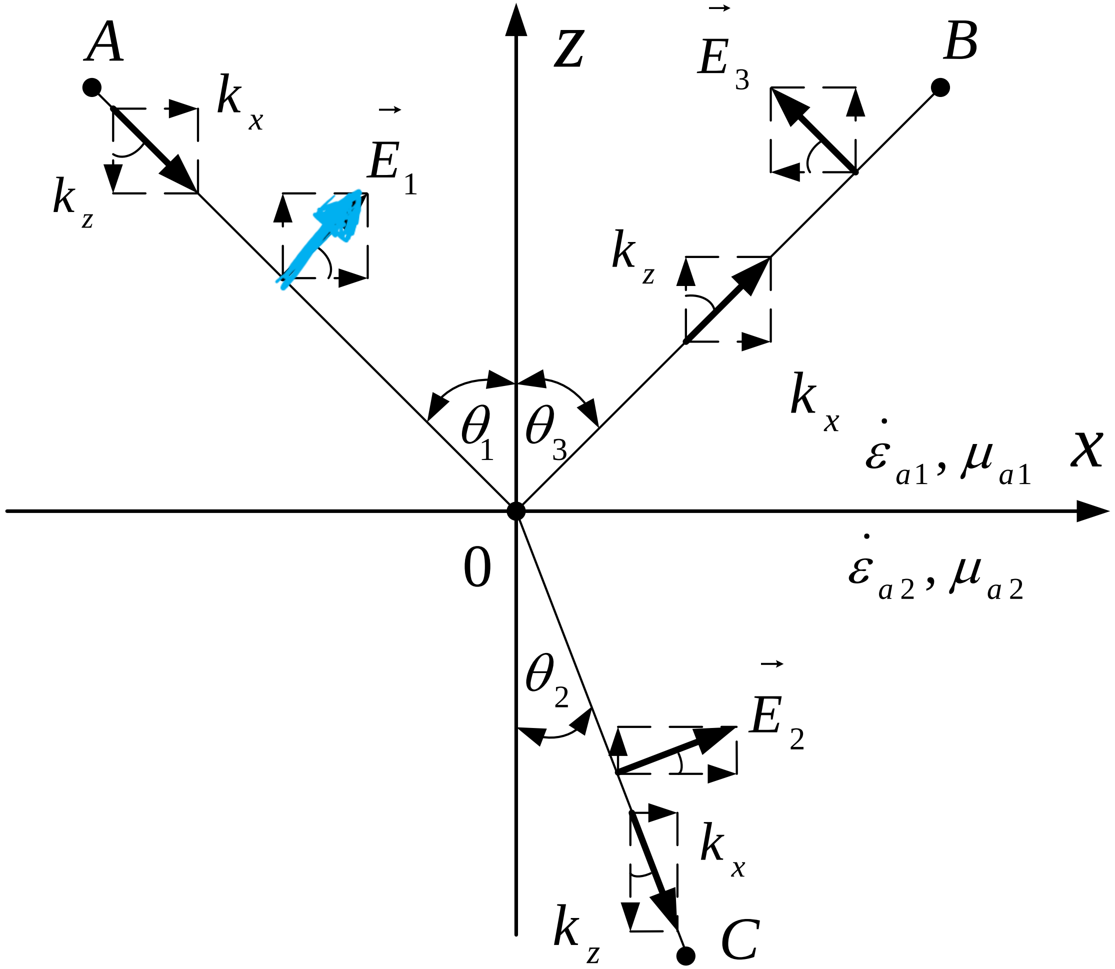
$$\dot{k}_1 \sin\theta_1 = \dot{k}_2 \sin\theta_2$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{\dot{k}_1}{\dot{k}_2} = \frac{\sqrt{\dot{\varepsilon}_{a1}\dot{\mu}_{a1}}}{\sqrt{\dot{\varepsilon}_{a2}\dot{\mu}_{a2}}} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \underline{\underline{const}}}$$

Плоска поверхня

$$h < \frac{\lambda}{16 cos\theta}$$



$$\dot{H}_{10} + \dot{H}_{30} = \dot{H}_{20} \Rightarrow \boxed{\frac{\dot{E}_{10}}{\rho_1} + \frac{\dot{E}_{30}}{\rho_1} = \frac{\dot{E}_{20}}{\rho_2}}$$

$$+$$

$$\dot{E}_{10}\cos\theta_1 - \dot{E}_{30}\cos\theta_3 = \dot{E}_{20}\cos\theta_2$$

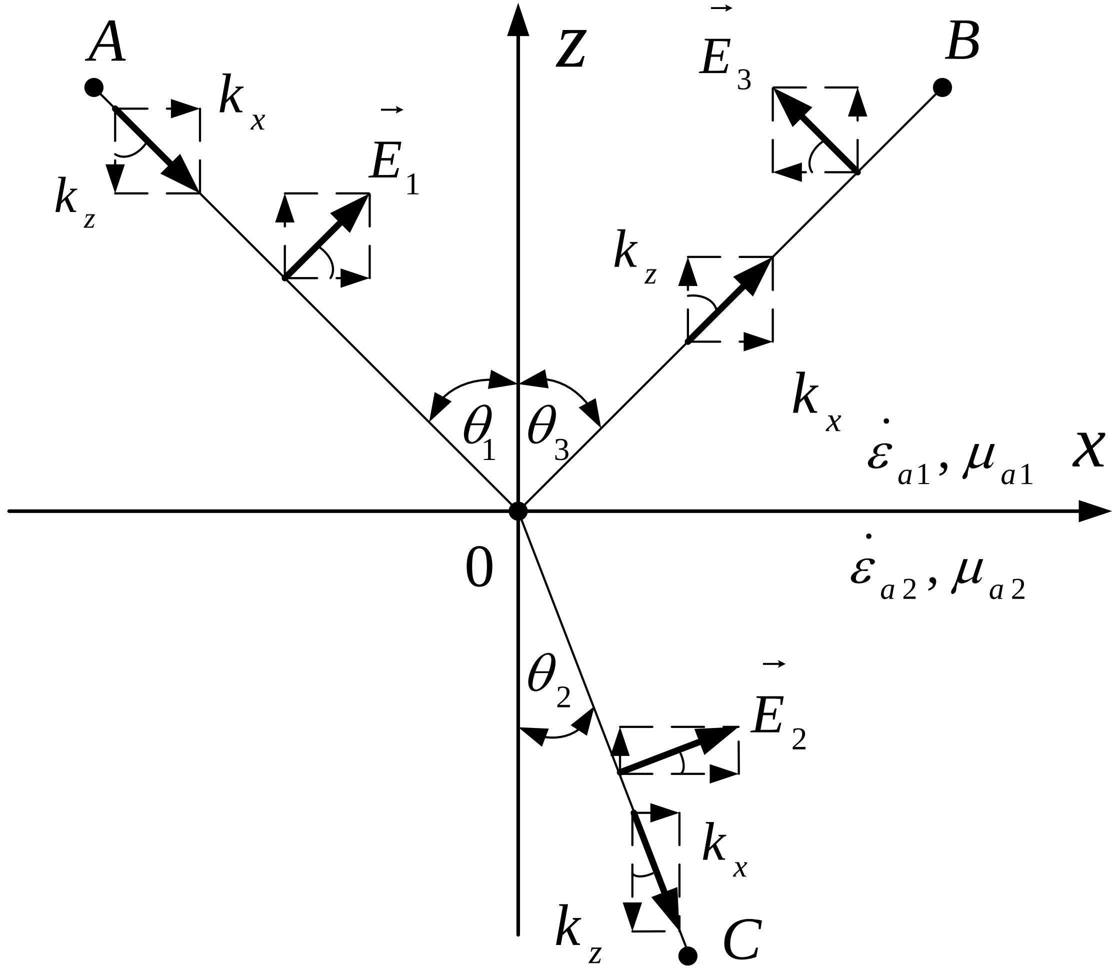
$$=$$

$$\dot{K}_{fB} = \frac{\dot{E}_{30}}{\dot{E}_{10}} = \frac{\rho_1\cos\theta_1 - \rho_2\cos\theta_2}{\rho_1\cos\theta_1 + \rho_2\cos\theta_2},$$

$$\dot{T}_{fB} = \frac{\dot{E}_{20}}{\dot{E}_{10}} = \frac{2\rho_1\cos\theta_1}{\rho_1\cos\theta_1 + \rho_2\cos\theta_2}.$$

Плоска поверхня

$$h < \frac{\lambda}{16\cos\theta}$$



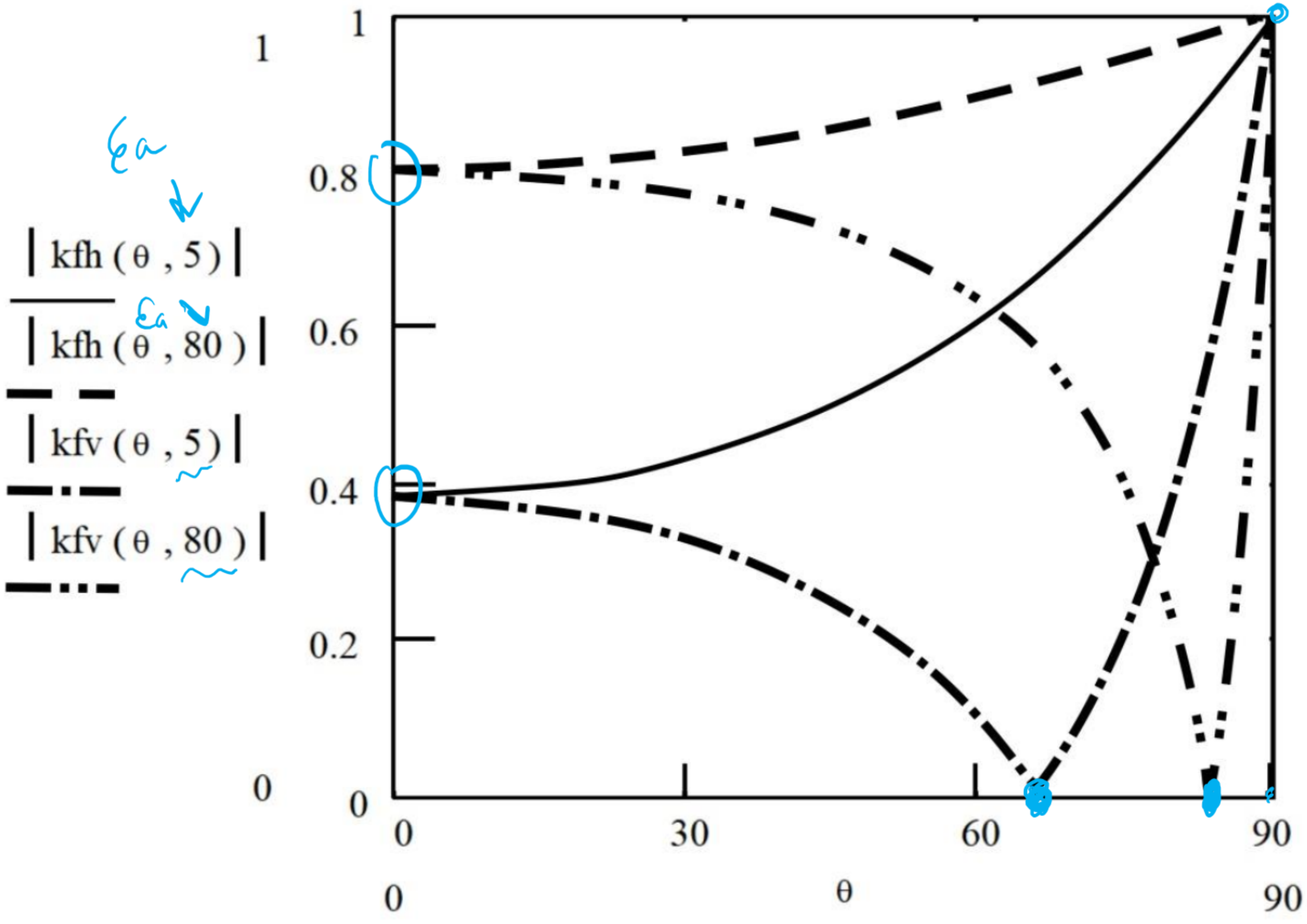
$$\dot{K}_{fB} = \frac{\dot{E}_{30}}{\dot{E}_{10}} = \frac{\rho_1\cos\theta_1 - \rho_2\cos\theta_2}{\rho_1\cos\theta_1 + \rho_2\cos\theta_2},$$

$$\dot{T}_{fB} = \frac{\dot{E}_{20}}{\dot{E}_{10}} = \frac{2\rho_1\cos\theta_1}{\rho_1\cos\theta_1 + \rho_2\cos\theta_2}.$$

$$\dot{K}_{f\Gamma} = \frac{\rho_2\cos\theta_1 - \rho_1\cos\theta_2}{\rho_2\cos\theta_1 + \rho_2\cos\theta_2},$$

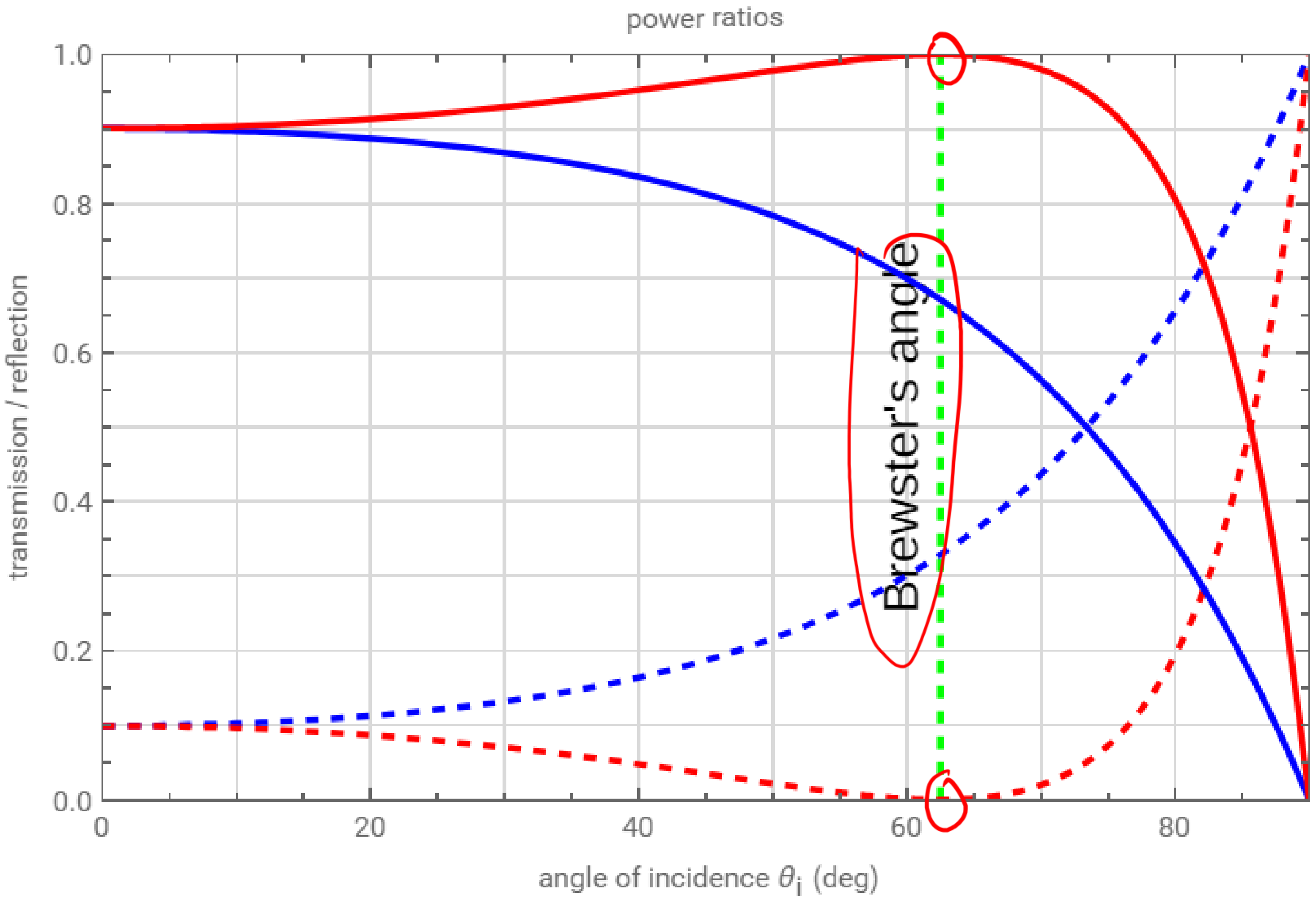
$$\dot{T}_{f\Gamma} = \frac{2\rho_2\cos\theta_1}{\rho_2\cos\theta_1 + \rho_1\cos\theta_2}.$$

Плоска поверхня



Залежність модулів коефіцієнтів відбиття Френеля від θ.
Випадок чисто діелектричного середовища

Плоска поверхня



Плоска поверхня

Плоска поверхня

Контрольні запитання

1. За якої умови межу поділу двох середовищ можна вважати плоскою?

2. Наведіть математичні вирази законів Снелліуса.

3. Від яких параметрів середовища та умов проведення вимірювань залежать коефіцієнти відбиття та заломлення Френеля?

4. Чи відрізняються математичні вирази для коефіцієнтів відбиття та заломлення електромагнітних хвиль для різних поляризацій?

Дякую за увагу!