



Maxwell's equations

Electric field

Magnetic field

$$\text{oh} = \chi - \frac{2}{\epsilon} - \frac{\text{D}}{\text{U}}$$

$$\int \text{v} = \text{h} - \text{h}$$

field field

$$\text{e} = \frac{\text{h}}{\text{I}}$$

$$\frac{\text{e} \text{ h}^m}{\text{Z} = \text{M} = \text{zh}}$$

$$\text{oh}^n = \text{Z} \text{ a} = \text{h}_0$$

$$\text{oh}^2 = \text{e} \text{ 2} = \frac{\text{h}_0}{\text{O}_2}$$

Maxwell's 2-2 equations

magnetic field

# Особливості поширення плоских хвиль у середовищах

Семен ЖИЛА

# Електрофізичні характеристики середовищ



$$\text{rot } \vec{H} = j + \epsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = g \vec{E} + \epsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\mu_a \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\text{div } \epsilon_a \vec{E} = \rho$$

$$\text{div } \mu_a \vec{H} = 0$$

В комплексній формі

$$\text{rot } \vec{H}_0 = \vec{j}_0 + j\omega \epsilon_a \vec{E}_0$$

$$\text{rot } \vec{E}_0 = -j\omega \mu_a \vec{H}_0$$

$$\text{div } \epsilon_a \vec{E}_0 = \rho_0$$

$$\text{div } \mu_a \vec{H}_0 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H}_0 &= g \vec{E}_0 + j\omega \epsilon_a \vec{E}_0 = (g + j\omega \epsilon_a) \vec{E}_0 = j\omega \left( \epsilon_a + \frac{g}{j\omega} \right) \vec{E}_0 = \\ &= j\omega \vec{\epsilon}'_a \vec{E}_0 \end{aligned}$$

$$\vec{\epsilon}'_a = \epsilon_a + \frac{g}{j\omega} \frac{j}{j} = \epsilon_a - j \frac{g}{\omega} = \epsilon' - j\epsilon'', \text{ де } \begin{cases} \epsilon' = \epsilon_a - \text{дійсна частина компл. діелектр. провідн.} \\ \epsilon'' = \frac{g}{\omega} - \text{уявна частина } \epsilon'_a \end{cases}$$

# Електрофізичні характеристики середовищ



$\epsilon' = \epsilon_a$  - абсолютна діелектрична проникність

$\epsilon'' = \frac{g}{\omega}$  - тангенса електричного втрач.  
 $\omega$  - кругова частота ( $\omega = 2\pi f$ ,  $f = \frac{1}{T}$ )

| Середовище   | $\epsilon_r$ |    | $g$       |                   |
|--------------|--------------|----|-----------|-------------------|
|              | Від          | До | Від       | До                |
| Морська вода | 80           | -  | 0,66      | 6,6               |
| Волога земля | 5            | 20 | $10^{-3}$ | $10^{-2}$         |
| Суха земля   | 2            | 6  | $10^{-5}$ | $4 \cdot 10^{-4}$ |
| Прісна вода  | 80           | -  | $10^{-3}$ | $5 \cdot 10^{-3}$ |

$$\dot{\epsilon}_a = \epsilon_a - j \frac{g}{\omega} = \epsilon_a (1 - j \operatorname{tg} \delta)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'}$$

тангенс кута електричних втрач.

# Електрофізичні характеристики середовищ



$$\dot{\epsilon}_a = |\dot{\epsilon}_a| \cdot e^{-j\delta}, \quad \epsilon' = |\epsilon| \cos \delta, \quad \epsilon'' = |\epsilon| \sin \delta$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'}, \quad \delta - \text{кут електричних втра}$$

Усі середовища

Провідники  
електро-магнітних хвиль (ЕМХ)

Діелектрики ЕМХ

Напівпровідники ЕМХ

$$g \gg \epsilon_a \omega$$

$$g \ll \epsilon_a \omega$$

$$g \approx \epsilon_a \omega$$

# Електрофізичні характеристики середовищ



З умови  $\epsilon_a \omega = g$ , можна знайти граничну частоту:

$$\omega_{\text{гр.}} = \frac{g}{\epsilon_a}$$

$$\omega < \omega_{\text{гр}}$$

струм провідності  
працює

$$\omega > \omega_{\text{гр}}$$

струм зсуви  
працює.

$$\omega \gg \omega_{\text{гр}}$$



генерує гме  
EMX

# Електрофізичні характеристики середовищ



1) Сухий ґрунт

$$g = 4 \cdot 10^{-4} \div 4 \cdot 10^{-5}$$

$$\epsilon_a = \epsilon_r \epsilon_0 = (2 \div 6) \cdot \epsilon_0, \quad \epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \frac{\text{P}}{\text{M}}$$

Ночай  $g = 5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Cm}}{\text{M}}, \quad \epsilon_a = 3 \cdot \epsilon_0 = \frac{1}{12\pi} \cdot 10^{-9} \frac{\text{P}}{\text{M}}$

$$f_{\text{зр}} = \frac{\omega_{\text{зр}}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{g}{\epsilon_a} = 3 \cdot 10^5 \text{ Гц} = 300 \text{ КГц}$$

$$\lambda_{\text{зр}} = \frac{c}{f_{\text{зр}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{M}}{\text{с}}}{3 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{с}}} = 1 \cdot 10^3 \text{ M} = 1 \text{ км}$$

2) Мігб,  $g = 57 \cdot 10^6 \frac{\text{Cm}}{\text{M}}, \quad \epsilon_a = 10 \epsilon_0, \quad \text{тоді } f_{\text{зр}} = 10^7 \text{ Гц} = 10^8 \text{ ГГц}, \quad \lambda_{\text{зр}} = 1 \text{ нм}$

# Особливості поширення плоских хвиль у середовищах



Рівняння Максвелла

1) для непровідного середовища:  $\text{rot } \vec{H}_0 = j\omega \epsilon_a \vec{E}_0$

2) для провідного  $\text{rot } \vec{H}_0 = g \vec{E}_0 + j\omega \epsilon_a \vec{E}_0 = j\omega \epsilon_a \vec{E}_0$

Розв'язок системи рівнянь Максвелла

1) для непровідного середовища

$$\dot{E} = \dot{E}_0 e^{j(\omega t - k z)}$$

хвильове число

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}$$

2) для провідного

$$\dot{E} = \dot{E}_0 e^{j(\omega t - k z)}, \quad k = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}$$

$$\rho = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \Rightarrow \rho j = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}}$$

# Особливості поширення плоских хвиль у середовищах



$$\dot{k} = \operatorname{Re}\{\dot{k}\} + j \operatorname{Im}\{\dot{k}\} = \beta - j\alpha$$

Тоді

$$\dot{E} = \dot{E}_0 \cdot e^{-\alpha z} \cdot e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$\dot{H} = \frac{\dot{E}_0}{j\beta} \cdot e^{-\alpha z} \cdot e^{j(\omega t - \beta z)} = \dot{H}_0 \cdot e^{-\alpha z} \cdot e^{j(\omega t - \beta z)}$$



# Особливості поширення плоских хвиль у середовищах



# Особливості поширення плоских хвиль у середовищах



1. Усі середовища можна поділити на три класи: діелектрики, напівпровідники та провідники. Від яких параметрів залежить цей поділ?
2. За якою формулою розраховується згасання електромагнітних хвиль на одиницю довжини  $L$  у децибелах та неперах для довільного середовища?
3. Чому дорівнює хвильовий опір у вакуумі?



**Дякую за увагу!**