



Maxwell's equations

Electric field

Magnetic field
electrons

$$\text{oh} = \chi - \frac{2}{\epsilon} - \frac{\text{D}}{\text{U}}$$

$$\int \text{v} = \text{e} - \text{U}$$

field field

$$\text{e} = \frac{\text{h}}{\lambda}$$

$$\frac{\text{e} \text{ h}^m}{2} = \text{M} = \text{zh}$$

$$\text{oh}^n = \text{Z} \text{ a} = \text{h}_0$$

$$\text{oh}^2 = \text{e} \text{ 2} = \frac{\text{0}}{\text{0}_3}$$

Maxwell's 2-2 equations

magnetic field

oh

I

e

Q



Плоскі хвилі та теорія їх поширення

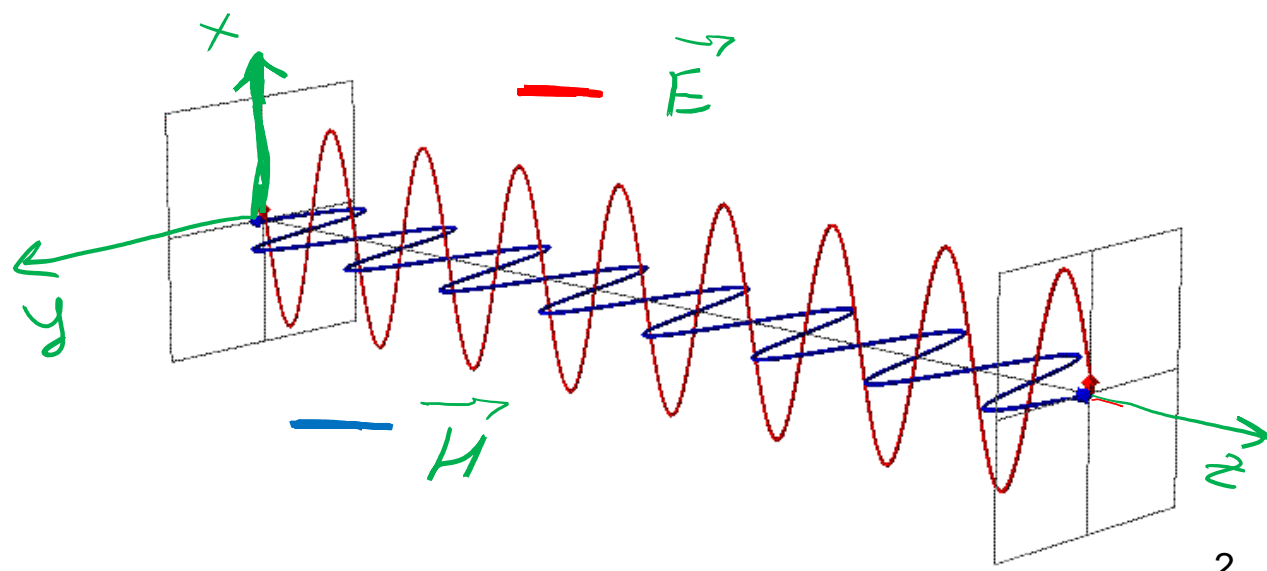
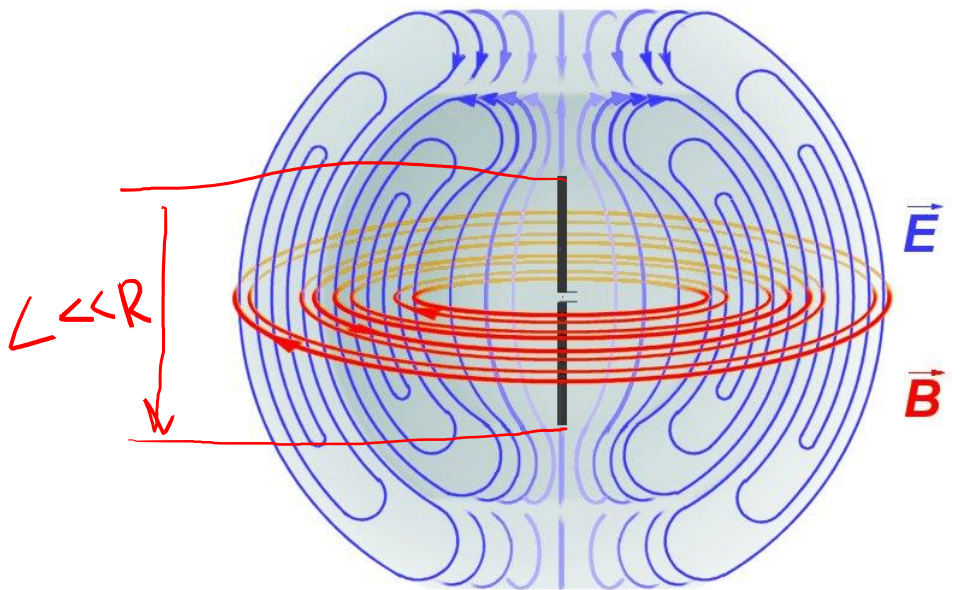
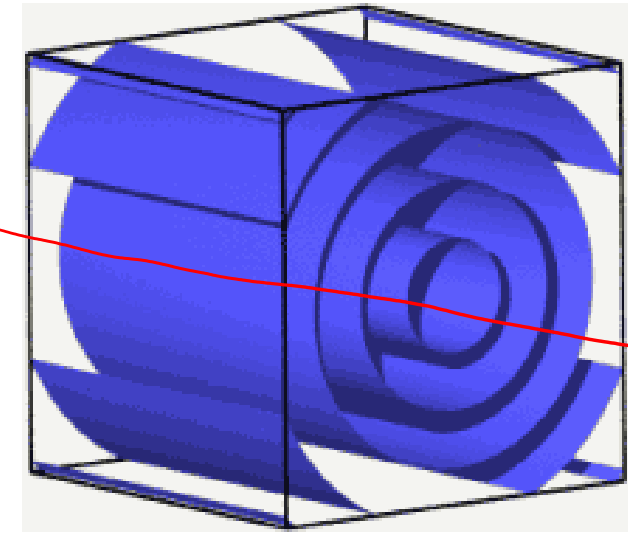
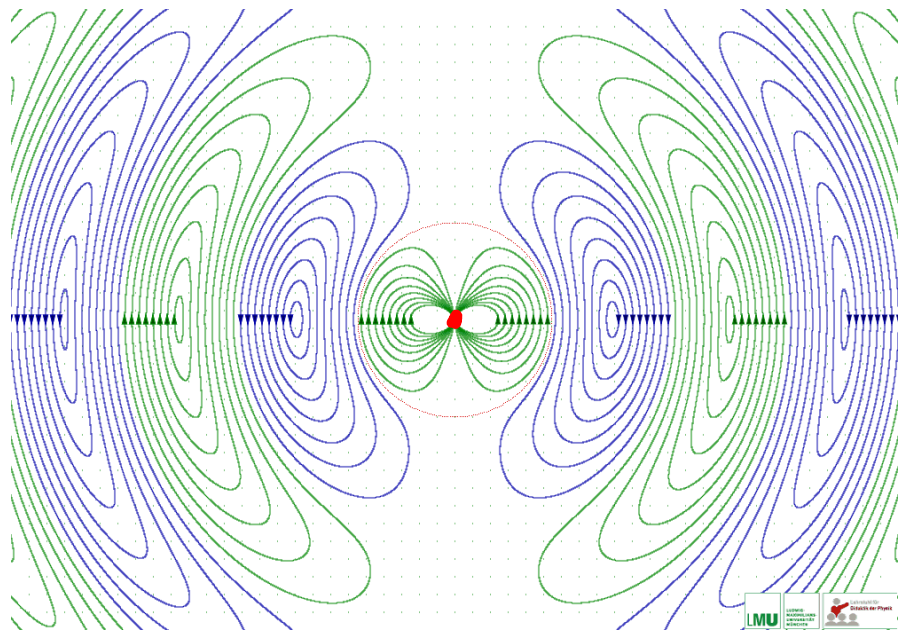
Семен ЖИЛА

Плоскі, циліндричні та сферичні хвилі

Maxwell's equations

Electric field

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$
$$\nabla \times \vec{E} = -\dot{\vec{B}}$$
$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$
$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \dot{\vec{D}}$$



Плоскі хвилі

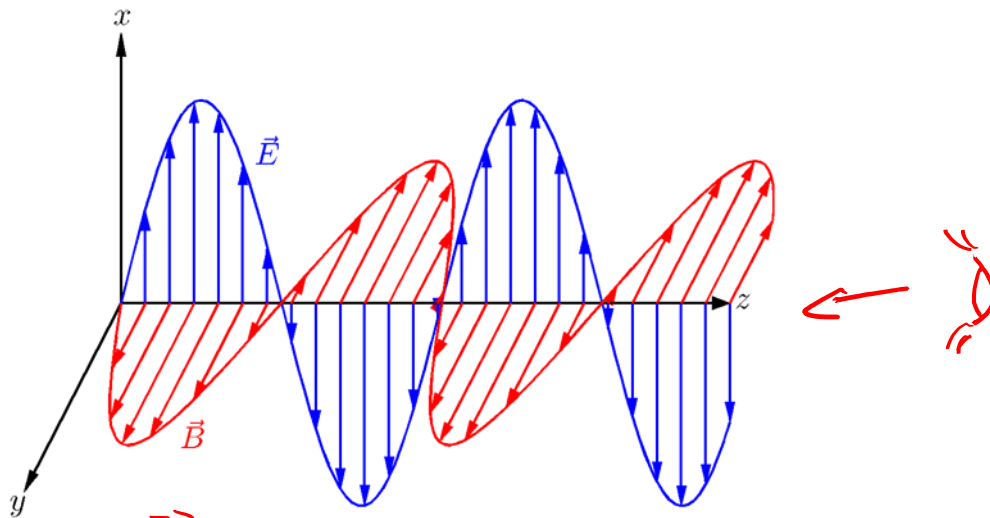
Maxwell's equations

Electric field



Середовище є невідомим

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} = 0$$



$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \vec{H} = \epsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \text{div } \vec{E} = 0 \\ \text{rot } \vec{E} = -\mu_a \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \text{div } \vec{H} = 0 \end{array} \right.$$

$$\text{rot } \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = -\vec{i}_x \frac{\partial H_y}{\partial z} + \vec{i}_y \frac{\partial H_x}{\partial z} + \vec{i}_z 0.$$

Плоскі хвилі

Maxwell's equations

Electric field



1-ше рівн. Максвелла $-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \epsilon_a \frac{\partial E_x}{\partial t}$, $\frac{\partial H_x}{\partial z} = \epsilon_a \frac{\partial E_y}{\partial t}$, $0 = \epsilon_a \frac{\partial E_z}{\partial t}$

2 рівн. Максвелла $\frac{\partial E_y}{\partial z} = \mu_a \frac{\partial H_x}{\partial t}$, $\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu_a \frac{\partial H_y}{\partial t}$, $0 = \mu_a \frac{\partial H_z}{\partial t}$

$$\begin{cases} -\frac{\partial H_y}{\partial z} = \epsilon_a \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu_a \frac{\partial H_y}{\partial t} \end{cases}$$

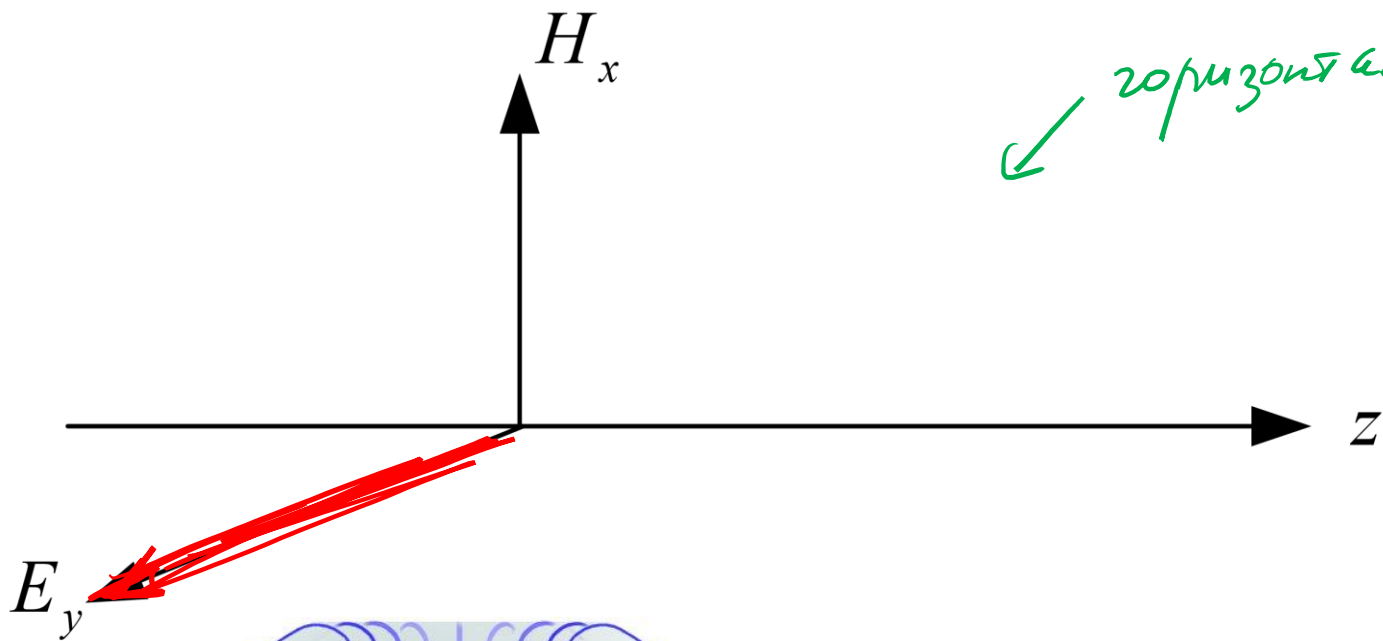
$$\begin{cases} \frac{\partial H_x}{\partial z} = \epsilon_a \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial z} = \mu_a \frac{\partial H_x}{\partial t} \end{cases}$$

$$E_x, H_z = 0$$

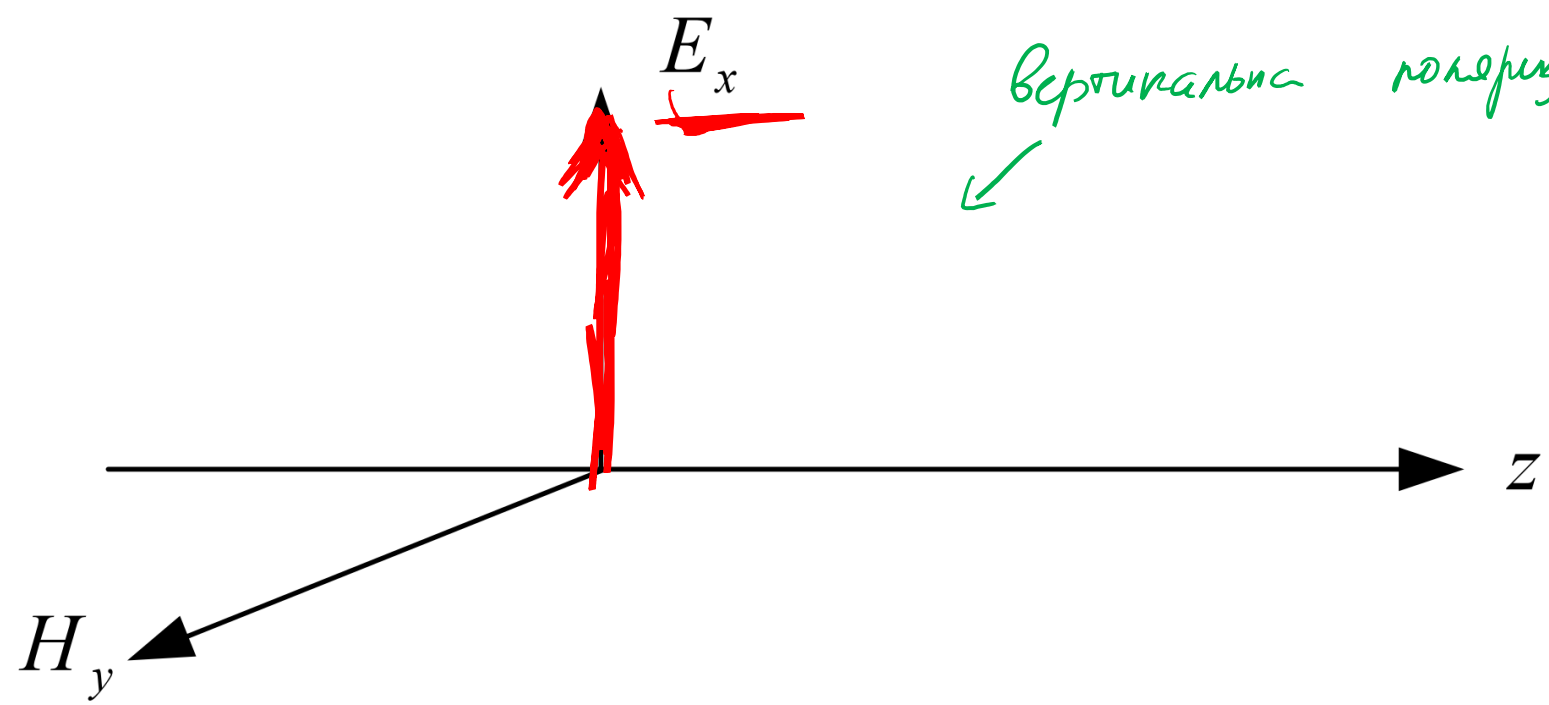
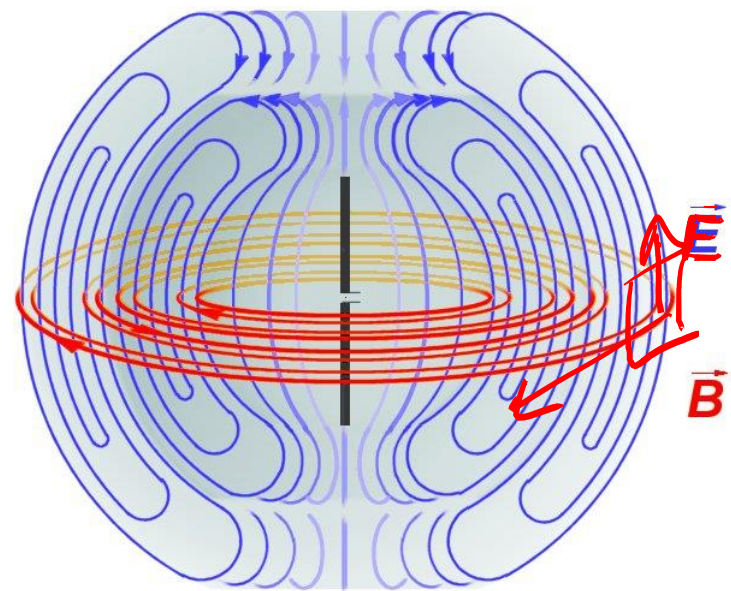
Поляризація плоских хвиль

Maxwell's equations

Electric field



горизонтальна поляризація



вертикальна поляризація

Вирішення системи рівнянь Максвелла



$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial H_y}{\partial z} = \epsilon_a \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu_a \frac{\partial H_y}{\partial t} \end{array} \right. \xrightarrow{\frac{\partial}{\partial t}} -\epsilon_a \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial H_y}{\partial t} \right)$$

$$\epsilon_a \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_a} \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} \quad | \cdot \frac{1}{\epsilon_a}$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_a \mu_a} \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}}$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} - \frac{1}{\epsilon_a \mu_a} \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = 0 \quad | \cdot \frac{1}{v^2}$$

хвильове рівняння.

Вирішення системи рівнянь Максвелла



$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial \left(\frac{z}{v}\right)^2} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0$$

або

$$\frac{z}{v} = t_{\text{загривки}}$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial t_{\text{загр.}}^2} = \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}$$

Розв'язком є 2 функції:

$E_{x1}(t - t_{\text{загр.}})$ і $E_{x2}(t + t_{\text{загр.}})$

таким їх сума

$$E_x = E_{x1}(t - t_{\text{загр.}}) + E_{x2}(t + t_{\text{загр.}})$$

Вирішення системи рівнянь Максвелла

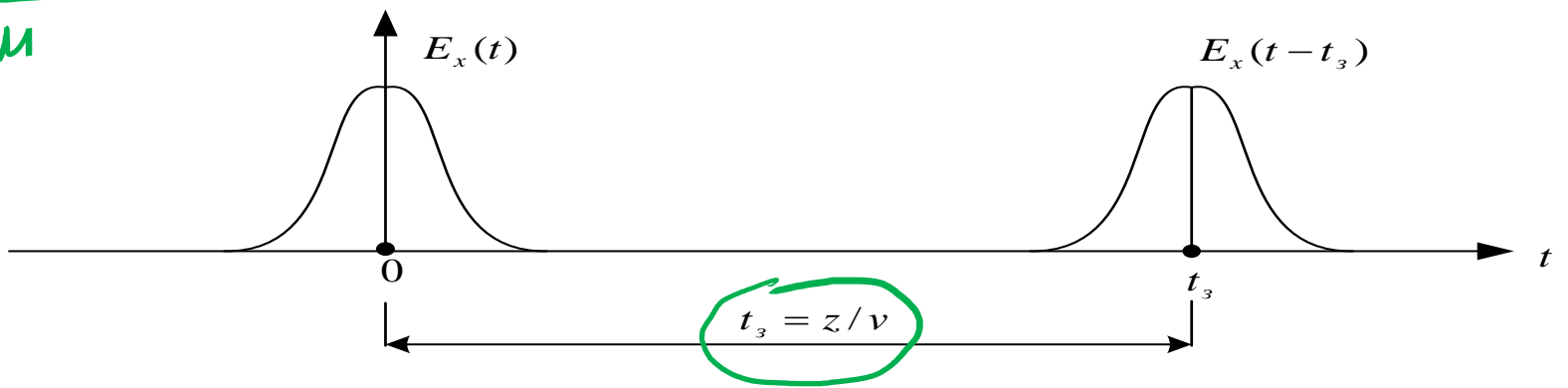
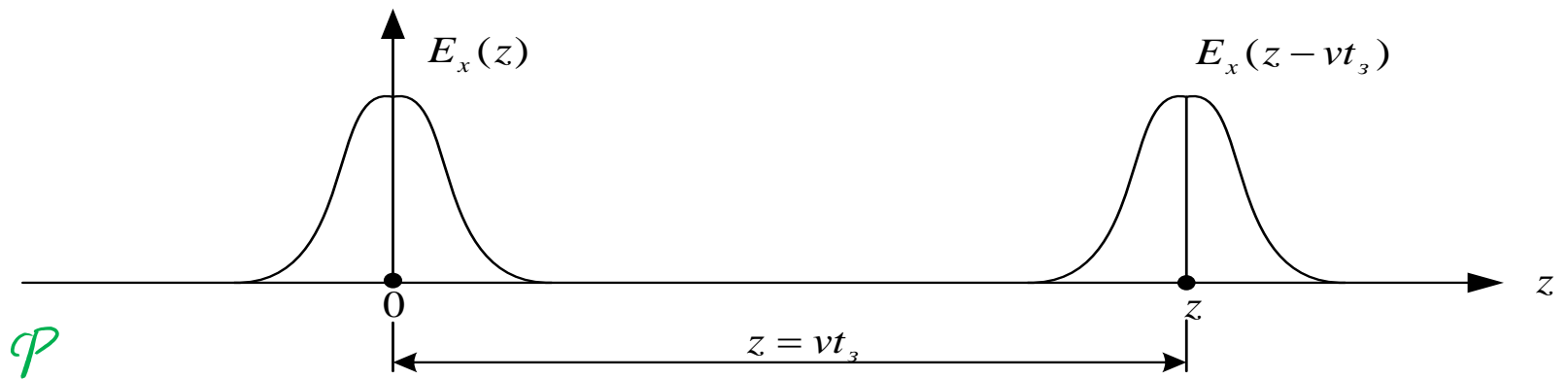


$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}}$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \frac{\text{Ф}}{\text{М}}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{М}}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ М/с}$$



Вирішення системи рівнянь Максвелла

$$\begin{cases} -\frac{\partial H_y}{\partial z} = \epsilon_a \frac{\partial E_x}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu_a \frac{\partial H_y}{\partial t}. \end{cases}$$

$$H_{y1}\left(t - \frac{z}{v}\right), H_{y2}\left(t + \frac{z}{v}\right)$$
$$H_y = H_{y1}\left(t - \frac{z}{v}\right) + H_{y2}\left(t + \frac{z}{v}\right)$$

Вирішення системи рівнянь Максвелла



$$\underline{E}_{x1} \left(t - \frac{z}{v} \right) = \frac{1}{\epsilon_0 v} H_y \left(t - \frac{z}{v} \right) = \rho \underline{H}_{y1} \left(t - \frac{z}{v} \right)$$

ρ - хвильовий опір

$$\rho = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}, \text{ где в вакуумі } \rho = 120\pi \text{ Ом} = 377 \text{ Ом}$$

Вирішення системи рівнянь Максвелла



1) плоскі хвилі — мають поперочний характер

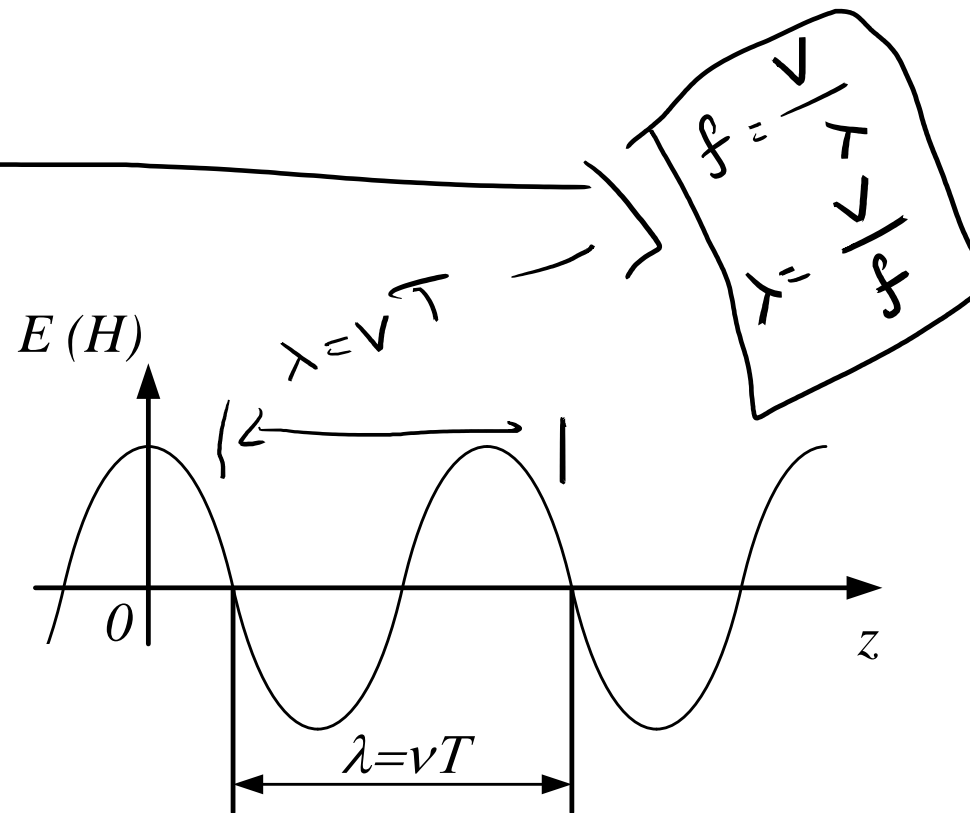
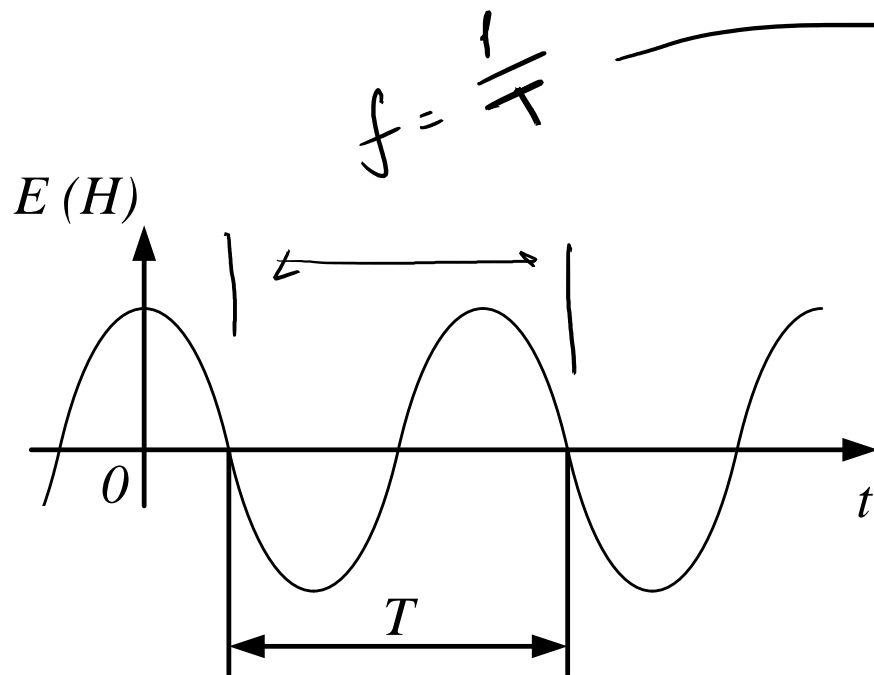
2) розв'язок рівнянь Максвелла — 2 хвилі

$$3) \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$4) \quad \frac{E_{x1}}{H_{y1}} = \mu_0$$

5) кількість енергії у електр. та магнітному полях однакова

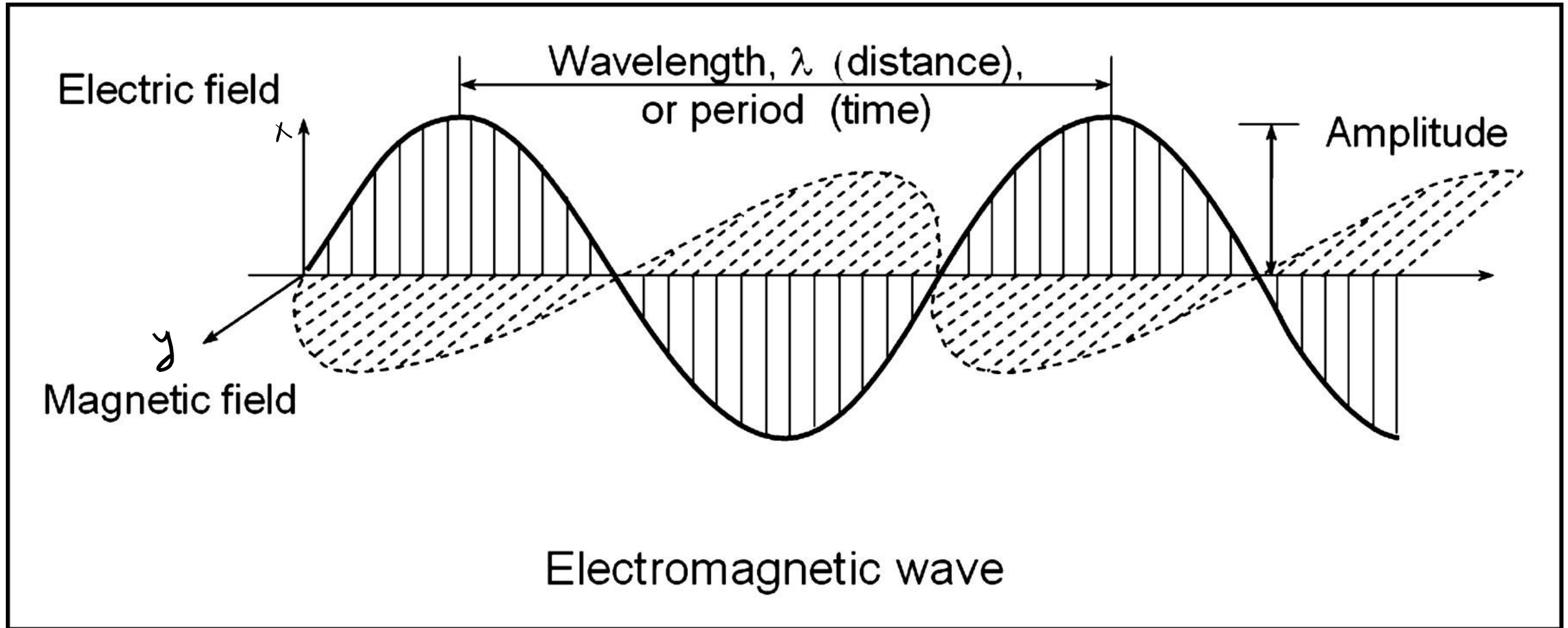
$$\frac{\mu_0 H^2}{2} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$$



Поширення плоских хвиль

Maxwell's equations

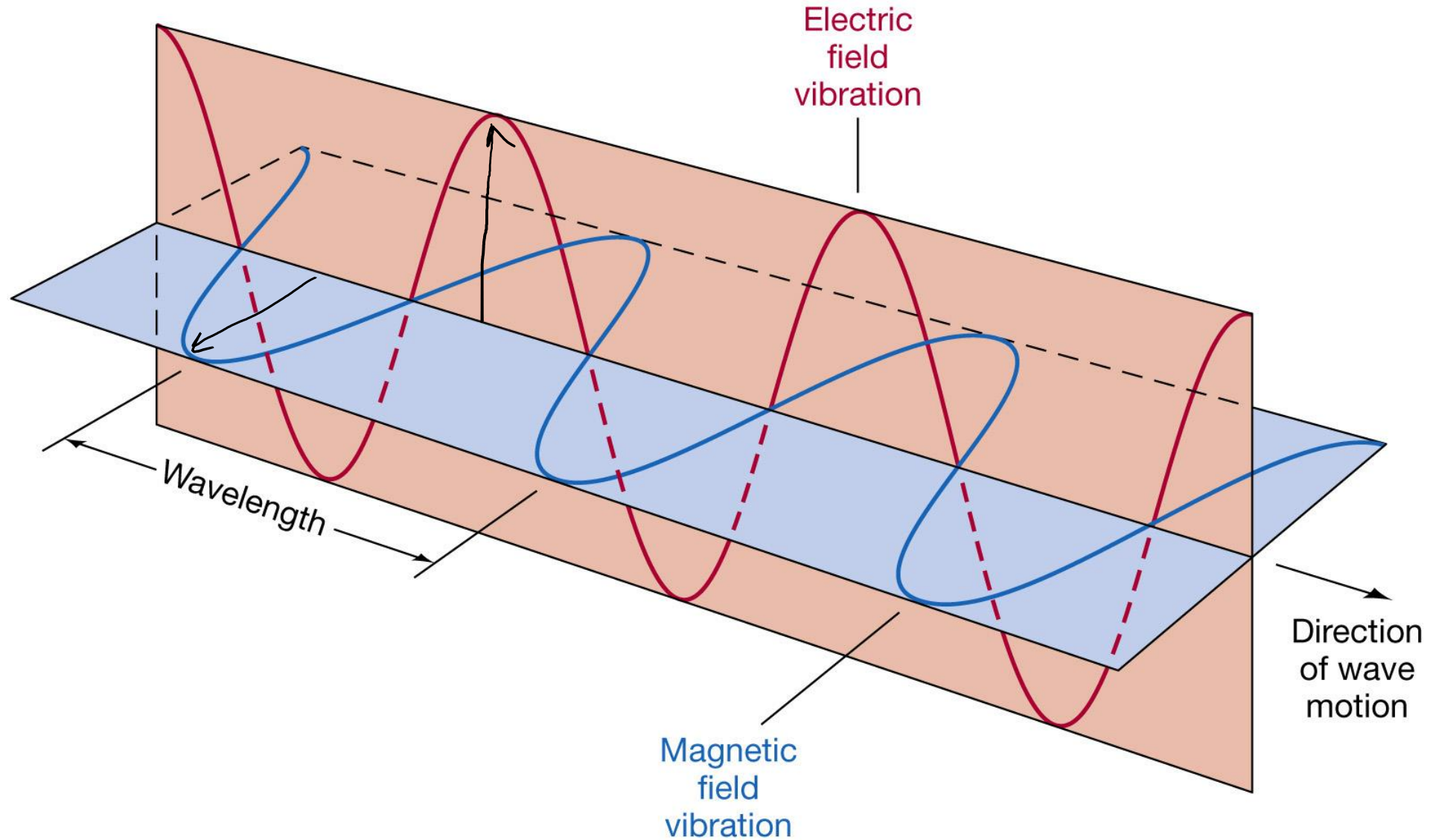
Electric field



Поширення плоских хвиль

Maxwell's equations

Electric field



1. Які умови необхідно використовувати при математичному описі плоских хвиль?
2. Орієнтація у просторі якого вектора, \vec{E} чи \vec{H} , визначає поляризацію плоских електромагнітних хвиль?
3. Наведіть вираз, що визначає швидкість поширення плоских електромагнітних хвиль у будь-якому середовищі.
4. Якій величині дорівнює швидкість поширення плоских електромагнітних хвиль у вакуумі?



Дякую за увагу!