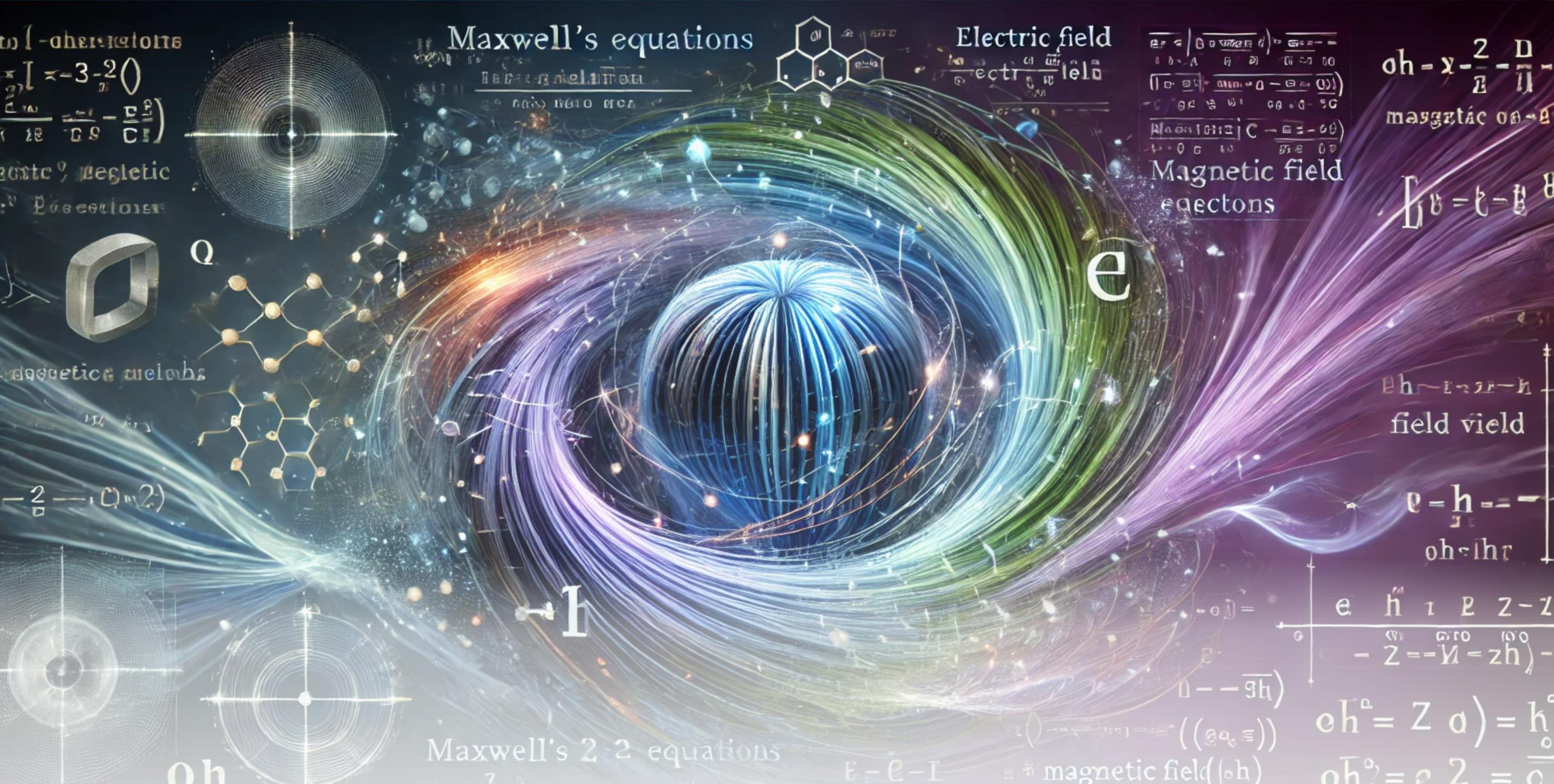


Енергія змінного електромагнітного поля

Семен ЖИЛА

Зміна енергії у часі

$$[\vec{E}] = \frac{В}{м} \qquad [\vec{H}] = \frac{В}{м}$$

$$W_E = \int\limits_V \frac{\varepsilon_a E^2}{2}\, dV \qquad W_H = \int\limits_V \frac{\mu_a \vec{H}}{2}\, dV$$

$$\boxed{W = \int\limits_V \left(\frac{\varepsilon_a E^2}{2} + \frac{\mu_a \vec{H}}{2} \right) dV}$$

$\vec{E}(\vec{r}, t)$, $\vec{H}(\vec{r}, t)$ – змінне електромагнітне поле

Зміна енергії у часі

$$[\vec{E}] = \frac{В}{м} \qquad [\vec{H}] = \frac{В}{м}$$

$$W_E = \int\limits_V \frac{\varepsilon_a E^2}{2} dV \qquad W_H = \int\limits_V \frac{\mu_a \vec{H}}{2} dV$$

$$W = \int\limits_V \left(\frac{\varepsilon_a E^2}{2} + \frac{\mu_a \vec{H}}{2} \right) dV$$

$\vec{E}(\vec{r}, t)$, $\vec{H}(\vec{r}, t)$ – змінне електромагнітне поле

$$\begin{cases} \varepsilon_a \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mathrm{rot}\, \vec{H} - \vec{j} & \Big| \text{скалярн. добуток } \vec{E} \\ \mu_a \dfrac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\mathrm{rot}\, E & \Big| \text{скалярн. добуток } \vec{H} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_a \vec{E} \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{E}\, \mathrm{rot}\, \vec{H} - \vec{j}\, \vec{E} \\ \mu_a \vec{H} \dfrac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\vec{H}\, \mathrm{rot}\, E \end{cases} \quad +$$

$$\varepsilon_a \vec{E} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_a \vec{H} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \vec{E}\, \mathrm{rot}\, \vec{H} - \vec{H}\, \mathrm{rot}\, \vec{E} - \vec{j}\, \vec{E}$$

Зміна енергії у часі

$$\varepsilon_a \vec{E}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_a \vec{H}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \vec{E}\,\mathrm{rot}\,\vec{H} - \vec{H}\,\mathrm{rot}\,\vec{E} - \vec{j}\vec{E}$$

$$\vec{E}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{2}\frac{\partial \vec{E}^2}{\partial t}, \quad \vec{H}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{1}{2}\frac{\partial \vec{H}^2}{\partial t}$$

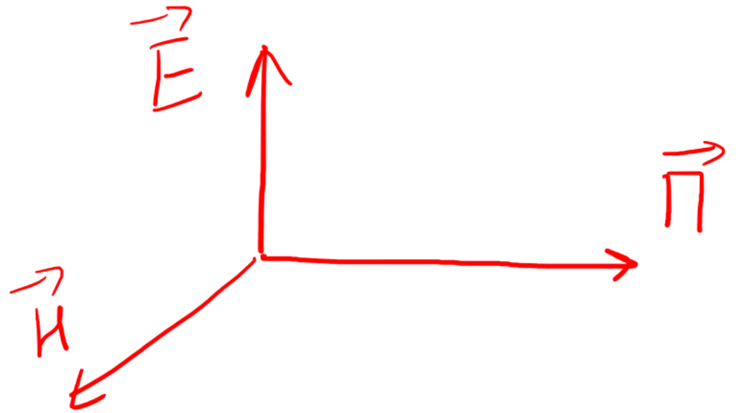
$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon_a \vec{E}^2}{2} + \frac{\mu_a \vec{H}^2}{2}\right) = -\mathrm{div}\,(\vec{E}\times\vec{H}) - \vec{j}E$$

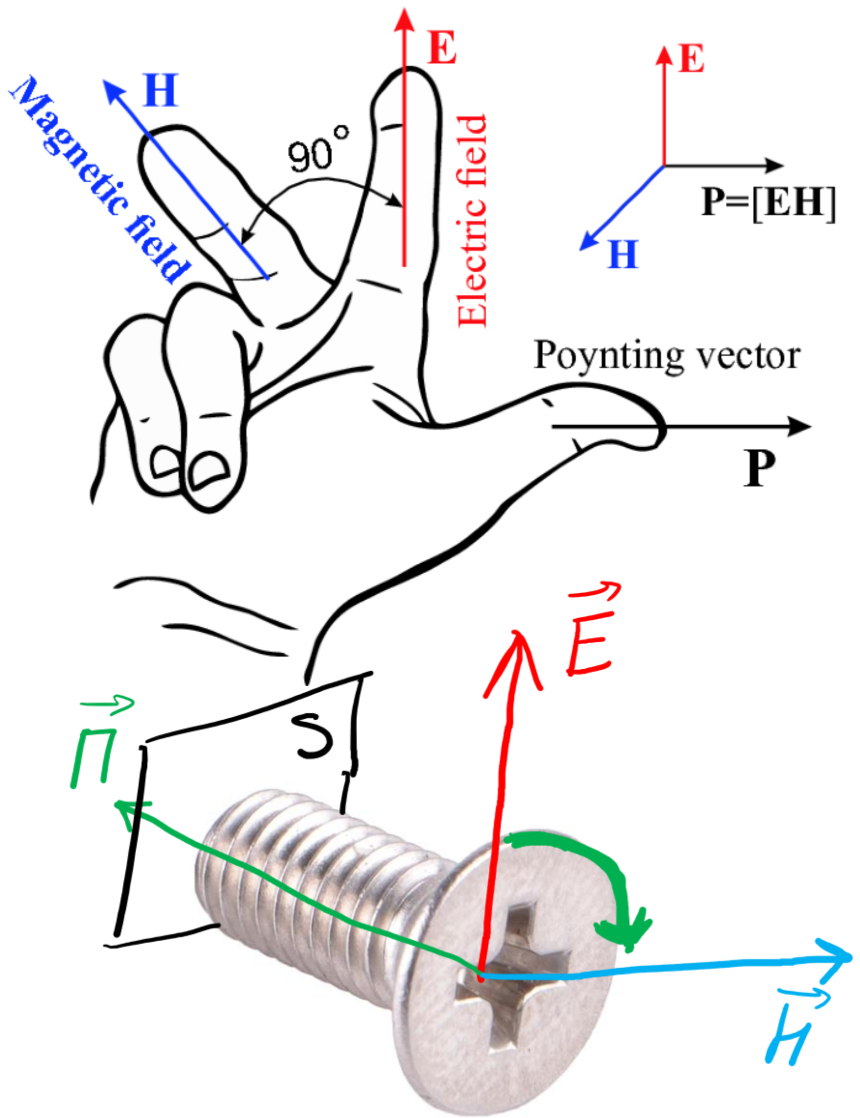
$$-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon_a \vec{E}^2}{2} + \frac{\mu_a \vec{H}^2}{2}\right) = \mathrm{div}\,(\vec{E}\times\vec{H}) + j\vec{E}$$

Після інтегрування $-\frac{\partial}{\partial t}\int_V\left(\frac{\varepsilon_a \vec{E}^2}{2} + \frac{\mu_a \vec{H}^2}{2}\right)dV = \int_V \mathrm{div}(\vec{E}\times\vec{H})dV + \int_V j\vec{E}dV$

Вектор Умова – Пойнтінга

$$\vec{П} = \vec{E} \times \vec{H}$$





Теорема Умова – Пойнтінга

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int_V \left(\frac{\varepsilon_a \vec{E}^2}{2}+\frac{\mu_a \vec{H}^2}{2}\right)dV = \int_V \operatorname{div}(\vec{E}\times\vec{H})\,dV + \int_V j\vec{E}\,dV$$

4

За допомогою Теореми Гаусса – Остроградського

В 1885 році

$$-\frac{\partial W}{\partial t} = \int_S \vec{\Pi}\,dS + Q$$

$$Q = \int_V j\vec{E}\,dV$$

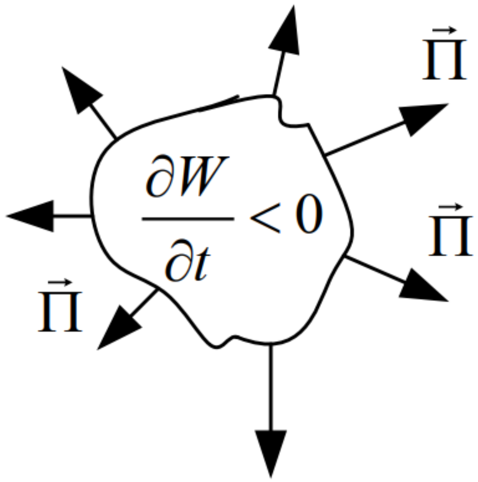
$$Q > 0$$

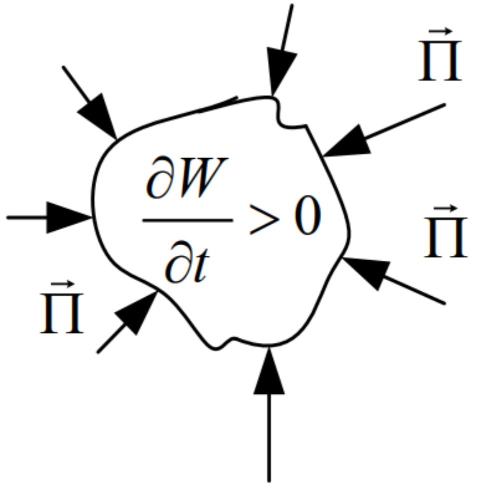
Теорема Умова – Пойнтінга

Якщо $\oint_S \vec{\Pi}\, dS > 0$

Якщо 1) $\oint_S \vec{\Pi}\, dS < 0$

2) $Q < \left| \oint_S \vec{\Pi}\, d\vec{S} \right|$





Приклади поширення енергії

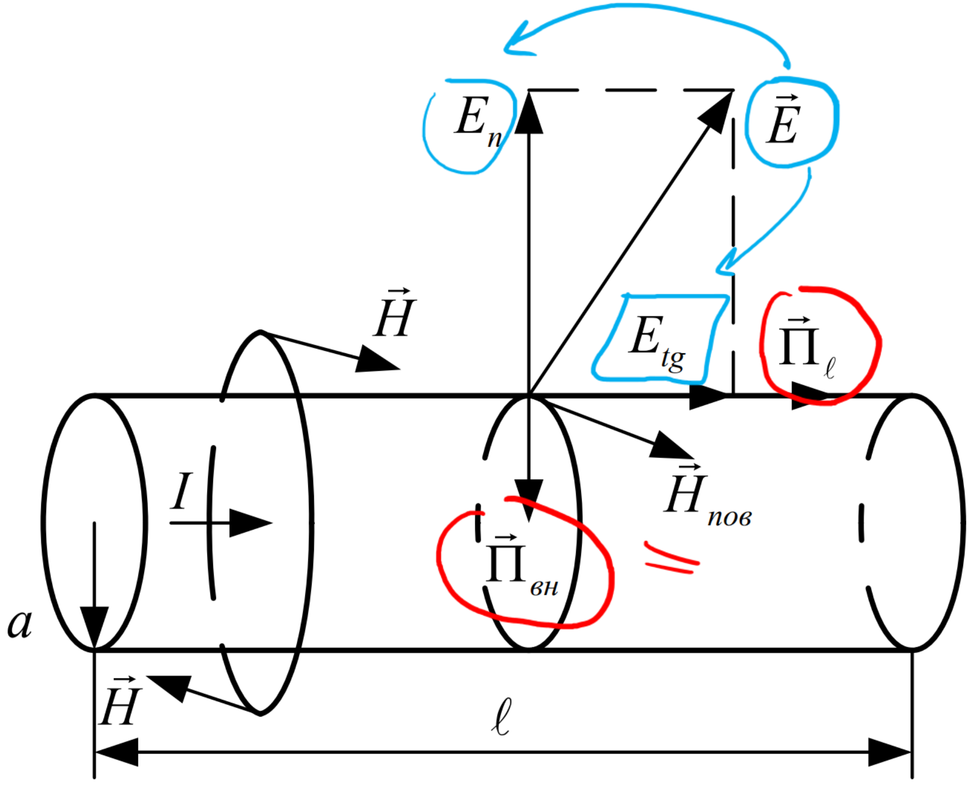
$$\vec{E} = (E_{tg}, E_n)$$

$$\vec{\Pi} = \vec{E} \times \vec{H}$$

$$H = \frac{I}{2\pi a}$$

$$Q = \int_S \vec{\Pi}_{вн}\, ds = \int_S (E_{tg} \times \vec{H})\, ds = E_{tg} H 2\pi a \ell$$

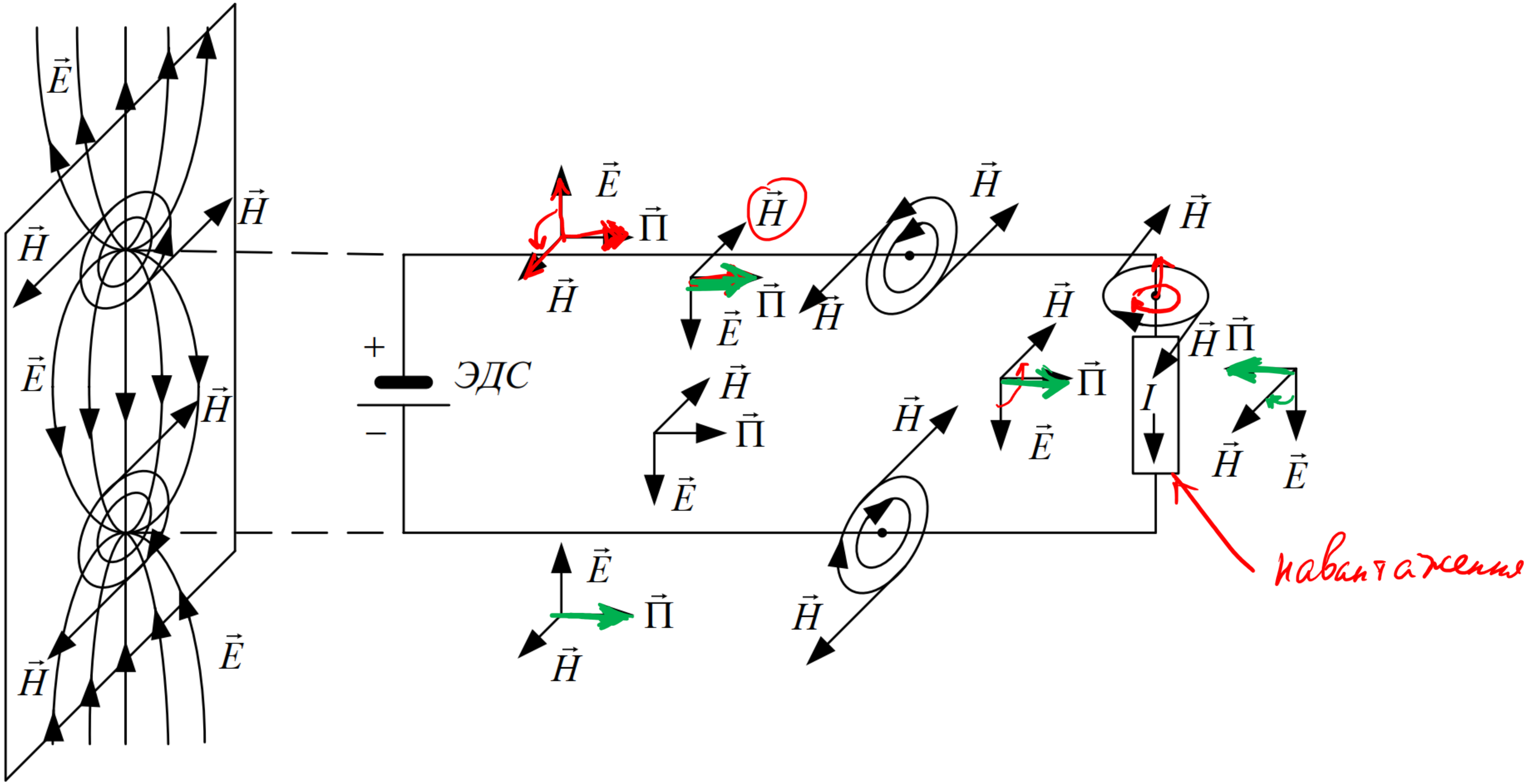
$$E_{tg} = \frac{j}{g}$$



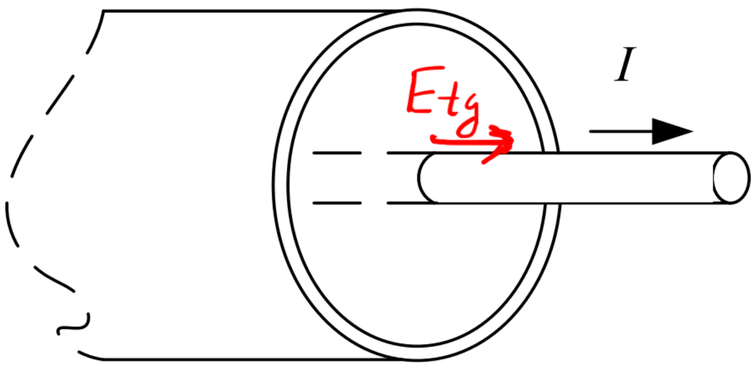
Циліндричний провідник радіусу a та довжини ℓ, уздовж якого тече струм I

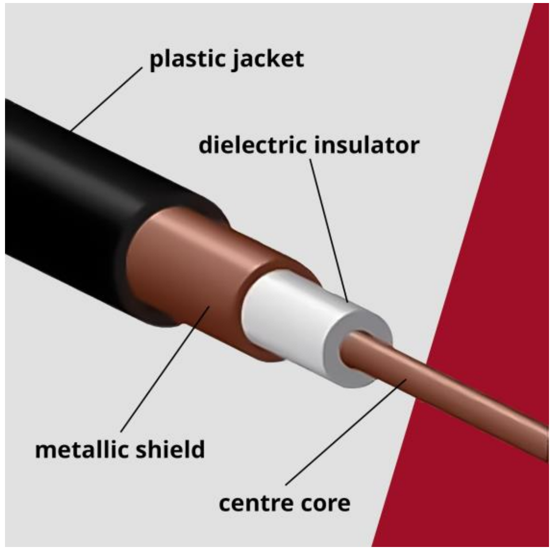
$$Q = \frac{jI}{g} \cdot \ell = \left| j = \frac{I}{S} \right| = I^2 \underbrace{\frac{\ell}{g \cdot S}}_{=R} = I^2 R$$

Приклади поширення енергії



Приклади поширення енергії





Контрольні запитання

1. У чому полягає фізичний зміст вектора Умова − Пойнтінга?

2. Як визначити у просторі напрямок ветора Умова − Пойнтінга?

3. Який вираз описує потужність, що визначається потоком енергії всередину провідника в одиницю часу?

Дякую за увагу!