



Maxwell's equations

Electric field

Magnetic field

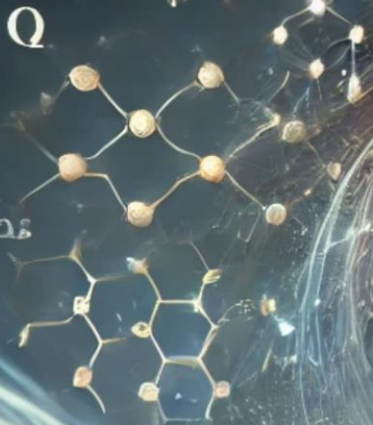
Maxwell's 2-2 equations

magnetic field

Теорія постійного електромагнітного поля

Семен ЖИЛА

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \, dV \right) = - \frac{1}{\epsilon_0} \oint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}$$



magnetic fields

$$\frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \, dV = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$



Oh

I

e

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho_{\text{ext}}$$

field field

$$\mathbf{e} = \frac{\mathbf{h}}{2\pi i} \nabla \psi$$

$$\frac{e \hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = -Z e^2 \psi$$

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho_{\text{ext}}$$

Рівняння Максвелла для електростатичних полів



1846 рік
↓
представлені
Рівняння
Максвелла

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{E} = 0 & (1) \\ \text{div } \vec{D} = \rho & (2) \end{cases}$$

$$\vec{D} = \epsilon_a \vec{E}$$

Задача: задано розподіл зарядів, необхідно визначити напруженість поля.

$$\text{div } \vec{D} = \rho \Rightarrow \text{div } \epsilon_a \vec{E} = \rho \rightarrow \vec{E} = -\text{grad } U$$

$$\text{div grad } U = -\frac{\rho}{\epsilon_a} \leftarrow \text{div } \epsilon_a (-\text{grad } U) = \rho$$

розкриваємо div та grad \Rightarrow

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_a}$$

Рівняння Максвелла для електростатичних полів



Розв'язок рівняння:

$$u = \int_V \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho}{r} dv$$



$$\vec{E} = -\text{grad} \left(\int_V \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\rho}{r} dv \right)$$



$$\vec{E} = - \int_V \frac{1}{\epsilon_0} \text{grad} \left(\frac{\rho}{r} \right) dv$$

$$\text{grad} \left(\frac{1}{r} \right) = - \frac{1}{r^3} \vec{r}$$



Рівняння Максвелла для електростатичних полів



Розв'язок рівняння:

$$u = \int_V \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho}{r} dv$$

$$\vec{E} = -\text{grad} \left(\int_V \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\rho}{r} dv \right)$$

$$\vec{E} = - \int_V \frac{1}{\epsilon_0} \text{grad} \left(\frac{\rho}{r} \right) dv$$

$$\text{grad} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{\vec{r}}{r^3}$$

$$\text{grad } r = \vec{i}_x \frac{\partial}{\partial x} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + \vec{i}_y \frac{\partial}{\partial y} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + \vec{i}_z \frac{\partial}{\partial z} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{\vec{r}}{r},$$

$$\text{grad} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{\vec{r}}{r^3}, \quad \nabla \left(\frac{1}{r} \right), \quad \left(\frac{1}{r} \right)' = -\frac{1}{r^2}$$

$$\nabla \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{1}{r^2} \times \frac{\vec{r}}{r}, \quad \left| \frac{\vec{r}}{r} \right| = 1,$$



Рівняння Максвелла для електростатичних полів



$$\vec{E} = \int_V \frac{\rho \vec{r}}{\epsilon_0 r^3} dv$$

Для точкового заряду

$$\vec{E} = \frac{q}{\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3}$$

Це закон Кулона

Рівняння Максвелла для магнітостатичних полів

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} \\ \operatorname{div} \mu_0 \vec{H} = 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E} = 0 \\ \operatorname{div} \vec{D} = \rho \end{cases}$$

1. Наведіть рівняння Максвелла, що описують електростатичні поля.
2. Наведіть рівняння Максвелла, що описують магнітостатичні поля.
3. Які характеристики постійних електромагнітних полів можуть бути отримані з наведених у лекції рівнянь Максвелла?



Дякую за увагу!