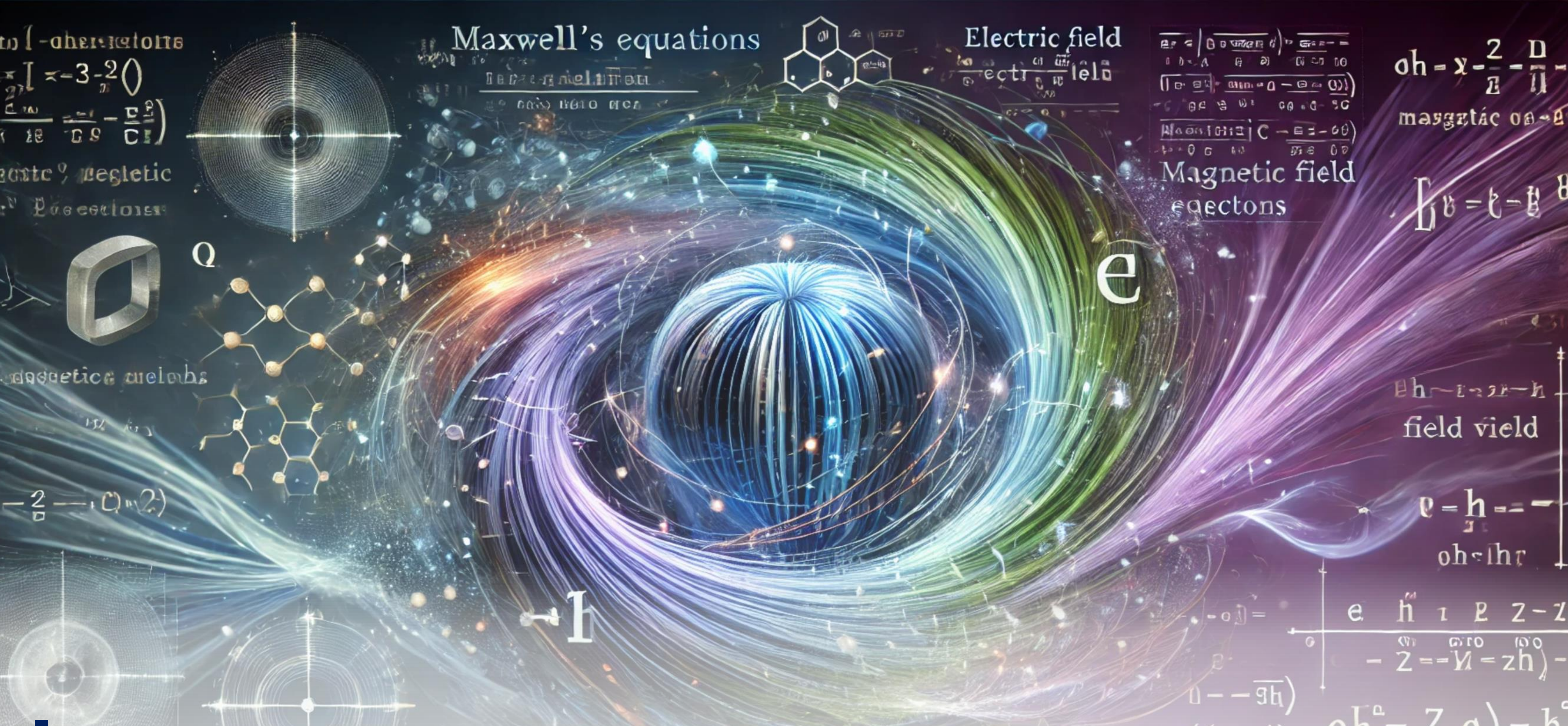
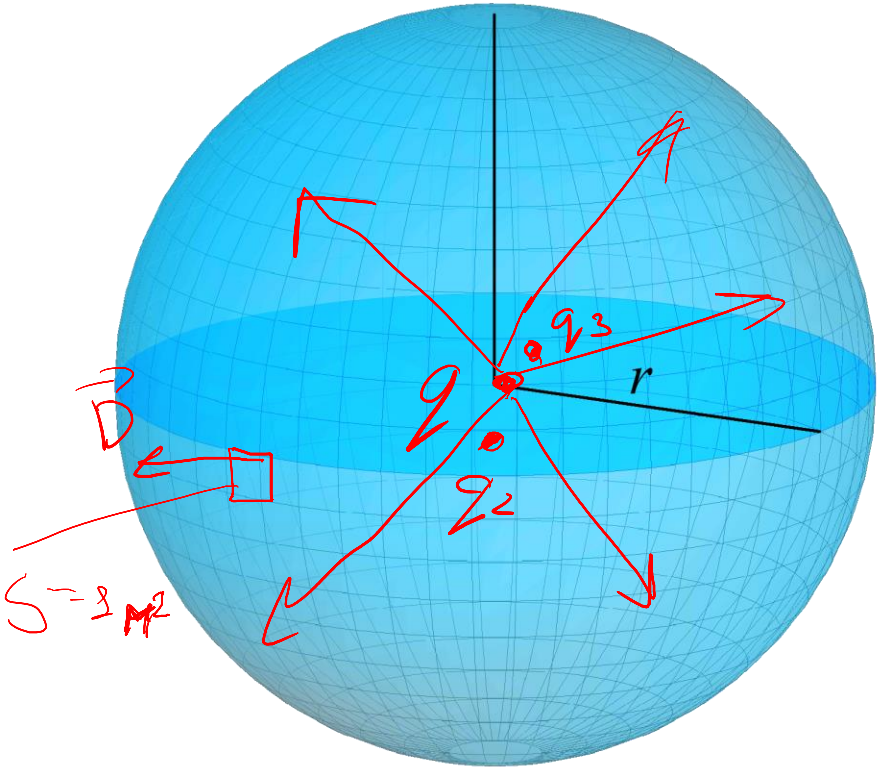


Диференціальні та інтегральні характеристики електростатичних полів

Семен ЖИЛА

Концепція вектора потоку. Рівність Гаусса – Остроградського

$$D \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{4\pi r^2} \cdot 4\pi r^2 = q$$



$$\sum_{i=1}^{N} q_i$$

Потік вектора індукції

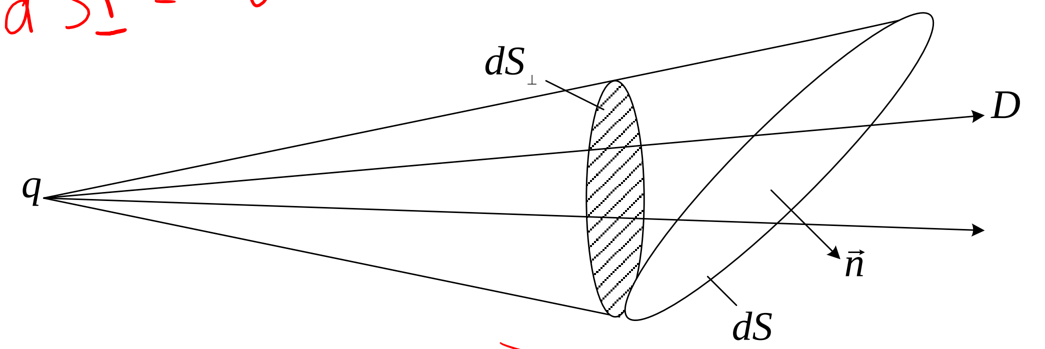
$$\vec{D} \cdot d\vec{S} = D\, dS \cos(\vec{D}, d\vec{S}) = D \cdot dS_{\perp}$$

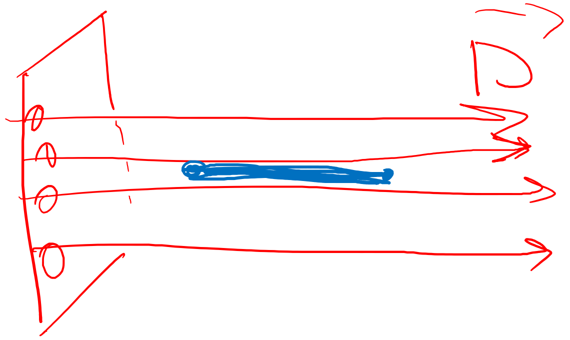
Концепція вектора потоку. Рівність Гаусса – Остроградського

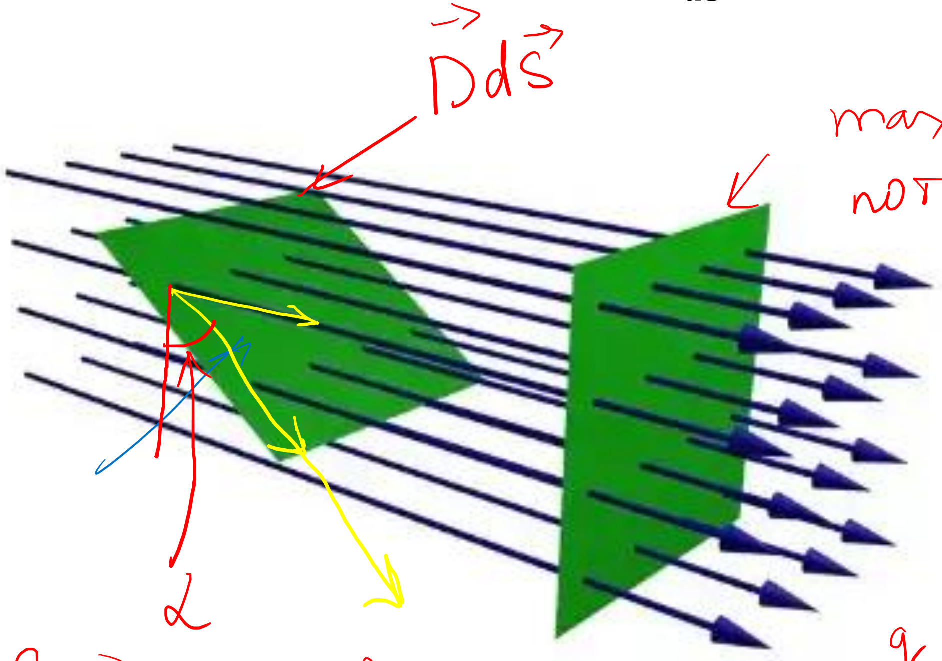
Потік вектора індукції

$$\vec{D}\cdot d\vec{S} = D\,dS\cos(\vec{D},d\vec{S}) = D\cdot dS_\perp$$

$$dS_\perp = dS\cdot\cos(\vec{D},d\vec{S}) = dS\cdot\cos\alpha$$



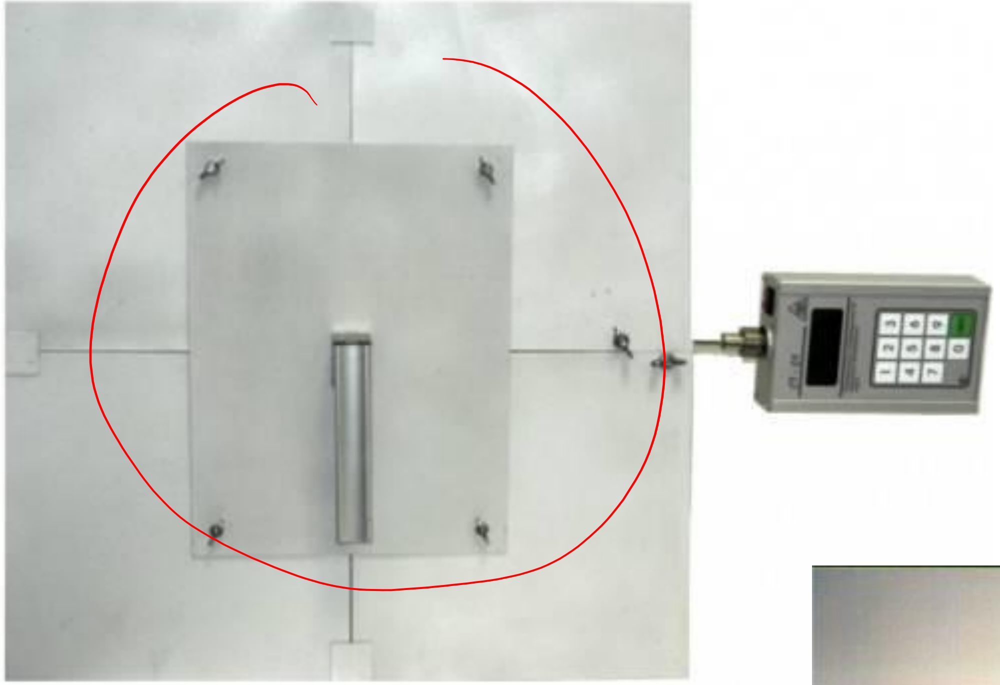


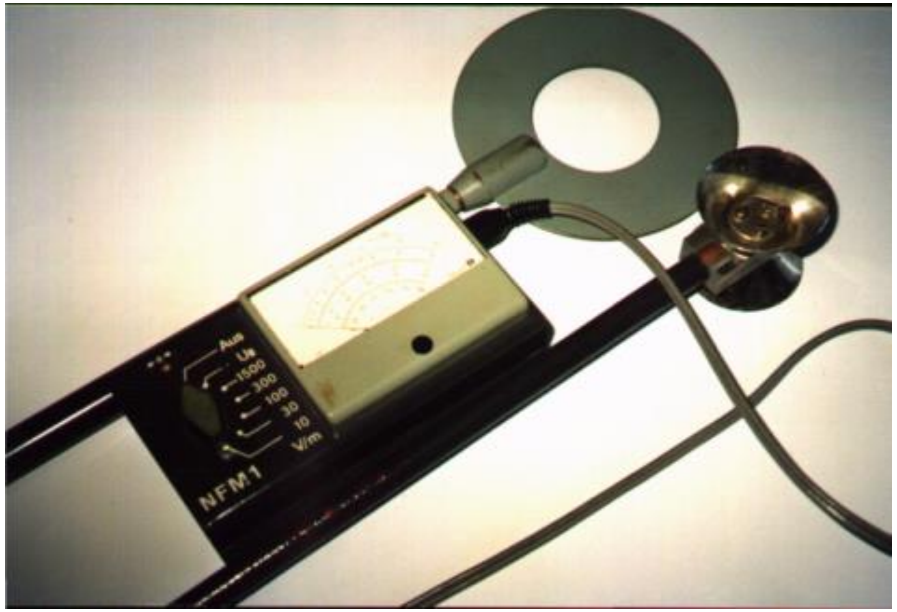


$$\oint_S \vec{D}\,d\vec{S} = \oint_S D\,dS\cos(\vec{D},d\vec{S}) = \oint_S \frac{q}{4\pi r^2}\,dS_\perp$$

$$\oint_S D\,dS = q$$

Концепція вектора потоку. Рівність Гаусса – Остроградського

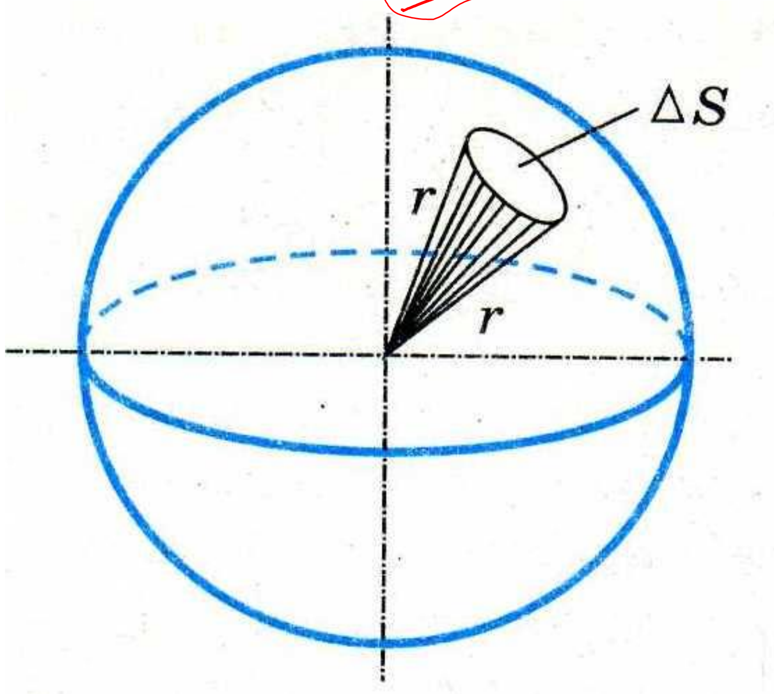




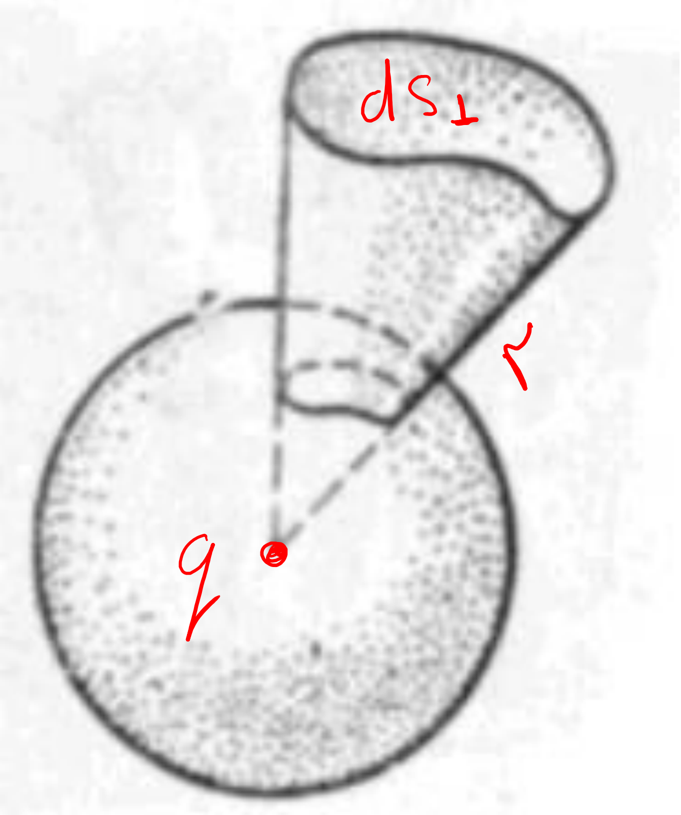
Концепція вектора потоку. Рівність Гаусса – Остроградського

$$\Omega = \frac{\Delta S}{r^2}$$

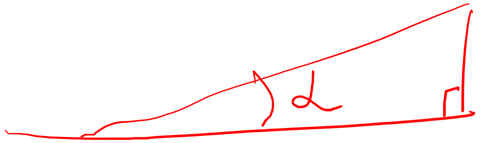
$$\oint_S \vec{D}\, d\vec{S} = \frac{1}{4\pi}\underbrace{\oint q\, d\Omega}_{\Omega} = \frac{1}{4\pi} q \underbrace{\oint d\Omega}_{4\pi} = \frac{1}{\cancel{4\pi}} q \cdot \cancel{4\pi} = q$$



$$d\Omega = \frac{dS_\perp\, [м^2]}{r^2\, [м^2]}$$



Тілесний кут.



Концепція вектора потоку. Рівність Гаусса – Остроградського

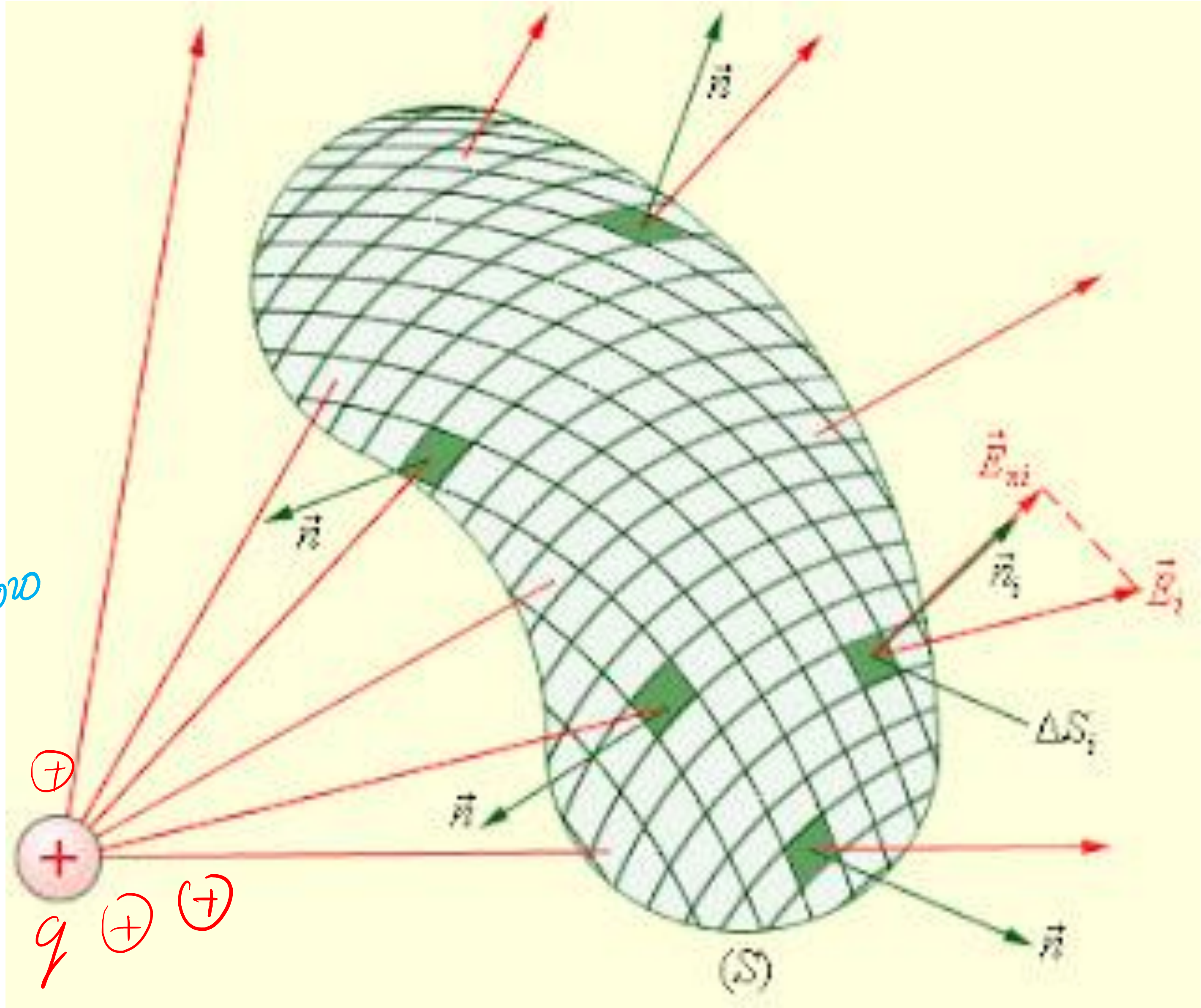
$$\oint_S \vec{D}\,d\vec{S} = q$$

$$\boxed{\oint_S \vec{D}\,d\vec{S} = \sum_{i=1}^{N} q_i}$$

Рівність Гаусса – Остроградського

$$\vec{D} = \varepsilon_a \vec{E}$$

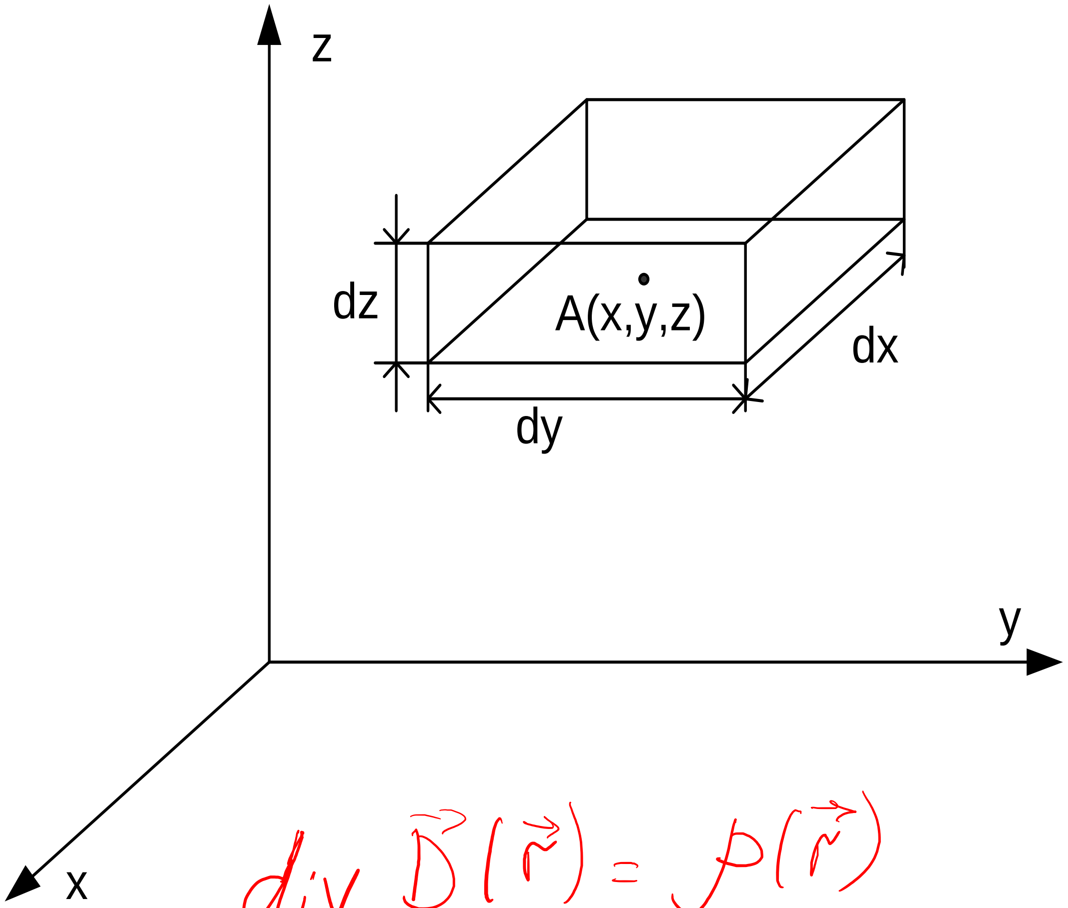
$$\oint_S \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{\sum_{i=1}^{N} q_i}{\varepsilon_a}$$



Дивергенція вектора індукції поля

$$q = \int_V \rho \, dV \qquad \rho = \frac{dq}{dV} = \lim_{V \to 0} \frac{\int_V \rho \, dV}{V}$$

$$\vec r = \| x, y, z \|$$



$$\lim_{V \to 0} \frac{\oint_S \vec D \, d\vec S}{V} = \lim_{V \to 0} \frac{\int_V \rho \, dV}{V}$$

$$\lim_{V \to 0} \frac{\oint \vec D \, d\vec S}{V} = \rho = \operatorname{div} \vec D$$

$$\operatorname{div} \vec D(\vec r) = \rho(\vec r)$$

Дивергенція вектора індукції поля

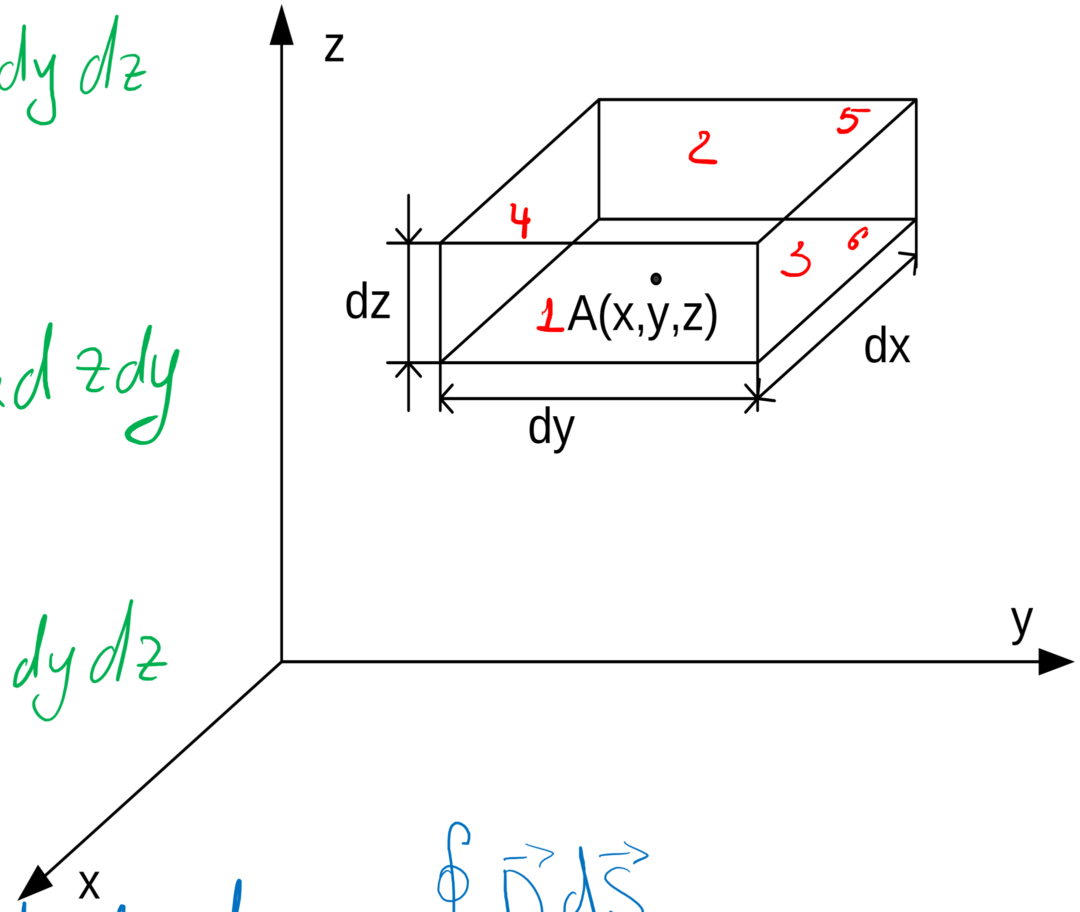
$$D_x(1)\,dy\,dz - D_x(2)\,dy\,dz = [D_x(1) - D_x(2)]\,dy\,dz$$

$$\frac{[D_x(1) - D_x(2)]\,dy\,dz\,dx}{dx} = \frac{\partial D_x}{\partial x}\,dx\,dy\,dz$$

$$\frac{[D_y(3) - D_y(4)]\,dx\,dz \cdot dy}{dy} = \frac{\partial D_y}{\partial y}\,dx\,dz\,dy$$

$$\frac{[D_z(5) - D_z(6)]\,dx\,dy \cdot dz}{dz} = \frac{\partial D_z}{\partial z}\,dx\,dy\,dz$$

$$\left(\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}\right)dx\,dy\,dz = \oint_S \vec{D}\,d\vec{S}$$

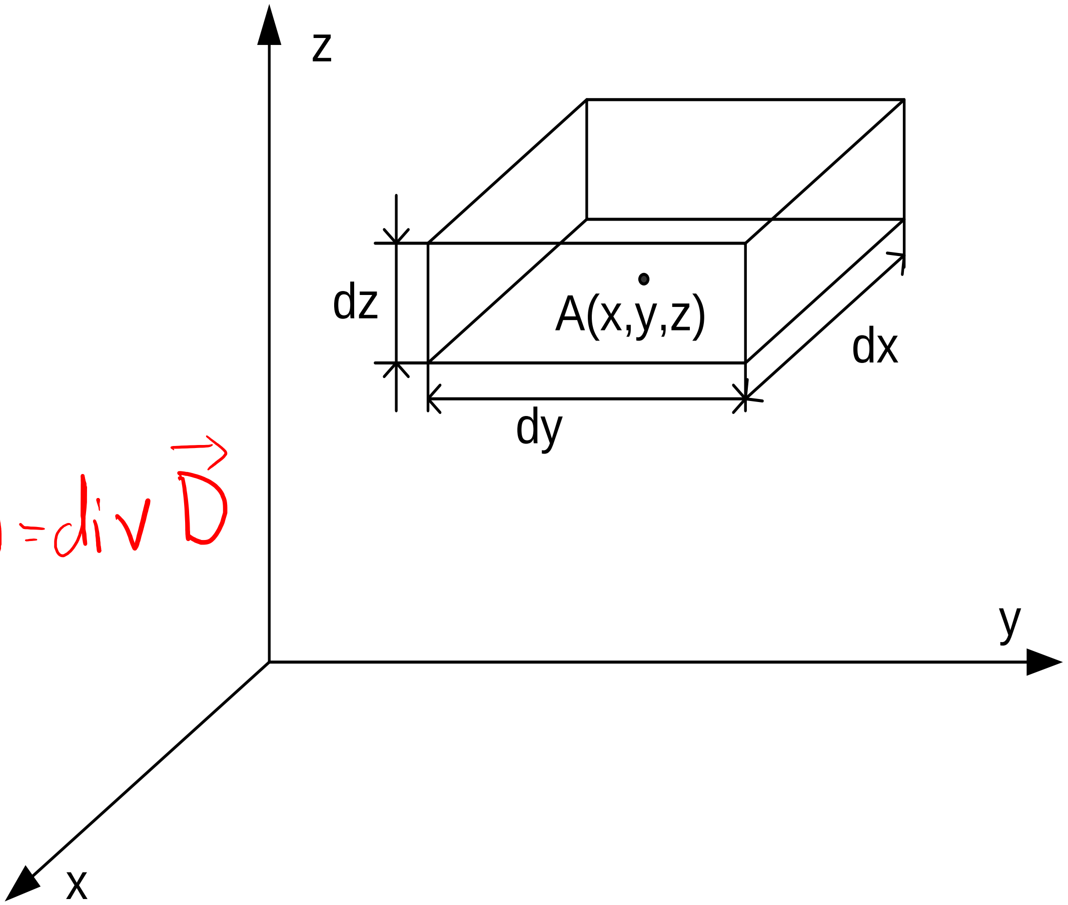


Дивергенція вектора індукції поля

$$\left(\frac{\partial D_x}{\partial x}+\frac{\partial D_y}{\partial y}+\frac{\partial D_z}{\partial z}\right)dx\,dy\,dz=\oint_S \vec{D}\,d\vec{S}$$

$$dV = dx\,dy\,dz$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial x}+\frac{\partial D_y}{\partial y}+\frac{\partial D_z}{\partial z}=\lim_{V\to 0}\left(\frac{\oint_S \vec{D}\,d\vec{S}}{V=dx\,dy\,dz}\right)=\operatorname{div}\vec{D}$$



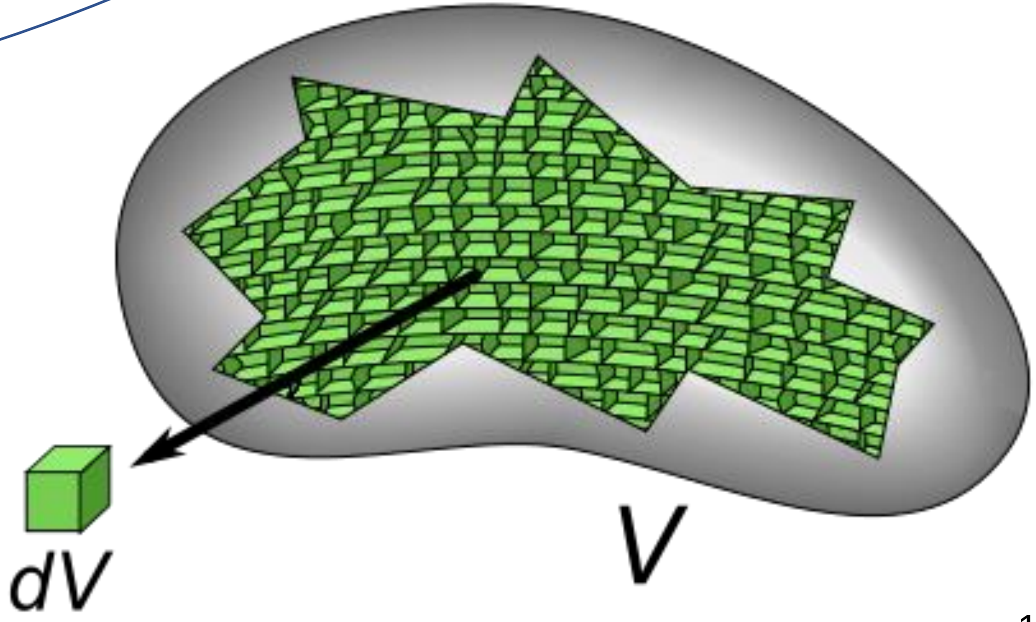
Теорема Гаусса – Остроградського

$$\rho = div\,\vec{D}$$

$$q = \int_V \rho\, dV$$

$$\oint \vec{D}\, d\vec{S} = q$$

$$\oint \vec{D}\, d\vec{S} = \int_V div\,\vec{D}\, dV$$



Контрольні запитання

1. Яка величина дорівнює кількості силових ліній, що проходять крізь одиничну перпендикулярну площинку?

2. Опишіть фізичний зміст рівності Гаусса – Остроградського.

3. Дивергенція вектора електростатичної індукції є диференціальною чи інтегральною характеристикою електростатичних полів?

Дякую за увагу!