

Лабораторна робота №1

«Дослідження основних законів електростатики»

Мета роботи: дослідження основних законів і визначень електростатики (закон Кулона, рівняння Лапласа, Пуассона, поняття дивергенції, потенціалу, роботи поля). Закріплення знань, отриманих студентами на лекціях з розділу електростатики.

У звіті згідно з варіантом завдання надати таке:

- коротке теоретичне тлумачення досліджуваних законів і понять з докладним описом вхідних величин;
- вихідні дані (проведені розрахунки та графіки).

Лабораторні роботи виконуються на комп'ютерах у середовищі моделювання MathCad.

Звіт повинен мати форму послідовних логічних викладок і міркувань студента, що завершуються змістовними висновками щодо кожного проведеного дослідження.

Оформлення звіту здійснюється на лабораторному занятті, після завершення якого викладач робить висновок про виконання роботи студентом.

Захист лабораторної роботи здійснюється тільки за наявності правильно оформленого звіту. Захист передбачає правильні відповіді студента на поставлені викладачем запитання.

За кожен лабораторну роботу студент отримує оцінку, яка значною мірою впливає на підсумкову екзаменаційну оцінку.

Особливості виконання лабораторної роботи

Лабораторна робота складається з двох частин.

У першій частині необхідно отримати картину напруженості електричного поля, розподіл сили поля, потенціалу для заданого розподілу заряду на площині XOY (мал. 1) з врахуванням їхньої величини. Також необхідно обчислити дивергенцію отриманого поля і перевірити правильність розв'язання рівняння Пуассона. Далі необхідно обчислити роботу сформованого поля з переміщення заряду величиною q шляхом $ABCD$. Під час обчислення роботи в програмі координати шляху формуються випадковим чином. Тому необхідно натиснути мишкою на формулу для $A_x := \text{round}(\text{rnd}(30))$, $A_y := \text{round}(\text{rnd}(30))$ і т.д. і натиснути клавішу $F9$. При цьому можна отримати нові координати шляху. Таким чином, заряд переміщується з точки A_x, A_y в точку B_x, B_y і далі в точку C_x, C_y і т.д. Під час обчислення роботи поля необхідно врахувати, що заряд переміщується в полі, створеному одразу 4 зарядами, отже і напруженість, і потенціал такого поля є суперпозицією окремих полів, створених кожним зарядом окремо.

У другій частині роботи необхідно за заданим потенціалом знайти породжуване поле. Потенціал задається для кожного варіанта окремо.

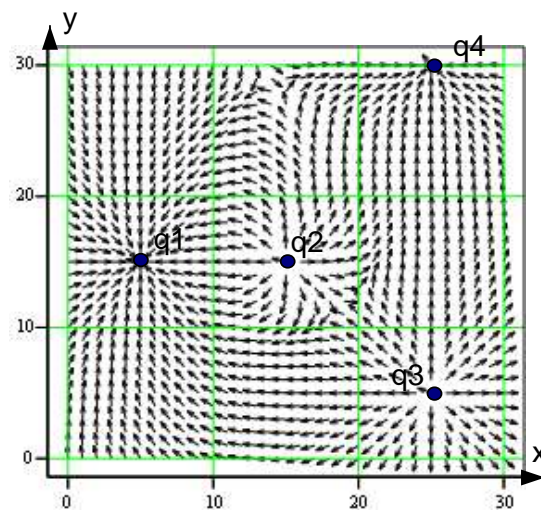
Пояснення до роботи

Для того, щоб зобразити векторне поле на площині в MathCad, потрібно задати матрицю, розмір якої відповідатиме кількості дискретних точок площини, а кожне значення цієї матриці має бути комплексним числом. Таким чином, для кожної точки визначаємо напрямок, подібно до того, як звичайне комплексне число відображається вектором на комплексній площині. Щоб відобразити це поле, потрібно вибрати тип графіка Vector Field. Таким чином, якщо необхідно отримати складову поля за x , потрібно знайти реальну частину від комплексного числа ($\text{Re}(E_{x,y})$), щоб отримати складову поля за y - уявну частину ($\text{Im}(E_{x,y})$), де x і y - координати площини (комірки матриці).

Для обчислення потенціалів, дивергенцій у роботі використовується дискретне обчислення похідних отриманих полів. Наприклад, дивергенція - це скалярна величина. Щоб її обчислити в дискретному варіанті, необхідно виконати такі дії.

$$\text{div}E_{x,y} = \frac{E_{x+1,y} - E_{x,y}}{x+1-x} + \frac{E_{x,y+1} - E_{x,y}}{y+1-y} = E_{x+1,y} - E_{x,y} + E_{x,y+1} - E_{x,y},$$

де $E_{x,y}$, $E_{y,x}$ - складові напруженості поля за x і y для кожної дискретної точки площини.



Е

Рис.1.

Завдання

1. На площині XOY розміром 30×30 (рис.1.) задано розташування 4 зарядів та їхні величини

Вхідні дані:

- розташування зарядів на площині (q_{ix} і q_{iy});
- величини зарядів з урахуванням знака (q_i).

Вихідні дані:

- розподіл сили, що діє на одиничний заряд, поміщений у поле, створюване заданими 4 зарядами;
- вектор напруженості сумарного поля і для кожного заряду окремо;
- потенціал сумарного поля і для кожного заряду окремо;
- обчислення дивергенції поля;
- обчислення роботи поля з переміщення заряду q заданим шляхом (ABCD) - координати точок шляху формуються для кожного варіанта в програмі окремо, величина заряду задана в таблиці 1;
- перевірка рівнянь Пуассона (зворотна задача - за отриманим потенціалом знаходимо напруженість поля і розподіл зарядів на площині).

Таблиця 1

Варіанти завдань:

№ варіанта	q_1	q_2	q_3	q_4	q_{x1}, q_{y1}	q_{x2}, q_{y2}	q_{x3}, q_{y3}	q_{x4}, q_{y4}	q
1	1	1	0	0	-10, 0	10, 0	0	0	5
2	1	1	-1	0	-10, 0	10, 0	0, 10	0	1
3	1	1	0	0	-10, 0	10, 0	0	0	-2
4	-1	-1	0	0	-10, 0	10, 0	0	0	-1
5	0	1	5	0	0, 0	20, 0	0, 0	0	5
6	-1	-1	-1	1	-10, 0	10, 0	0, -10	0, 10	10
7	1	1	1	1	-10, 0	10, 0	0, -10	0, 10	-10
8	10	1	0	0	-10, 0	10, 0	0	0	-1
9	5	-5	1	-1	-10, -10	10, 10	-10, 10	10, -10	10
10	0	10	1	-10	0	0, 0	5, 5	15, 15	1
11	-1	-1	-1	-1	5, 5	-5, -5	10, 10	-10, -10	1
12	10	-1	-1	-1	0, 0	-10, -10	10, 10	-10, 10	2
13	13	-13	0	0	5, 5	-5, -5	0	0	-1
14	-100	1	-1	10	15, 15	0, 0	-10, -10	10, -10	1

15	10	-10	1	-1	0, 0	-15, -15	5, 5	-5, -5	1
----	----	-----	---	----	------	----------	------	--------	---

2. За заданим розподілом потенціалу на площині XOY знайти породжуване ним поле. Вхідні дані:

- функція розподілу потенціалу на площині XOY;

Вихідні дані:

- визначити лінії напруженості поля за заданим потенціалом;

- визначити розподіл заряду на площині за створюваним ним полем.

$$1. P_{x,y} := \exp\left[\frac{-\left(x - \frac{N}{2}\right)^2}{5}\right] \cdot \exp\left[\frac{-\left(y - \frac{N}{2}\right)^2}{5}\right]$$

$$2. P_{x,y} := \exp\left[\frac{-\left(x - \frac{N}{2}\right)^2}{5}\right]$$

$$3. P_{x,y} := \sin(0.3x)$$

$$4. P_{x,y} := \sin(0.3x) \cdot \cos(0.2y)$$

$$5. P_{x,y} := \sin(0.3x) + \cos(0.2y)$$

$$6. P_{x,y} := \left(x - \frac{N}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{N}{2}\right)^2$$

$$7. P_{x,y} := \left(x - \frac{N}{2}\right)^2 \cdot \sqrt{y}$$

$$8. P_{x,y} := \left(x - \frac{N}{2}\right)^2 \cdot (-y)^{\frac{3}{2}}$$

$$9. P_{x,y} := x^2 \cdot \sqrt{y}$$

$$10. P_{x,y} := \sin(0.5 \cdot x) \cdot \exp\left[\frac{-\left(y - \frac{N}{2}\right)^2}{10}\right]$$

$$11. P_{x,y} := \sin(0.5 \cdot x) \cdot x \cdot \exp\left[\frac{-\left(y - \frac{N}{2}\right)^2}{10}\right]$$

$$12. P_{x,y} := \frac{1}{xy + 100} \cdot \cos(0.5x) \cdot \sin(0.5 \cdot y)$$

$$13. P_{x,y} := \left(x - \frac{N}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{N}{2}\right)^2 + 10$$

$$14. P_{x,y} := \left(x - \frac{N}{2}\right)^2 \cdot \left(y - \frac{N}{2}\right)^2$$

$$15. P_{x,y} := x \cdot \cos(0.3y)$$

3. Зробити висновки про виконану роботу

4. Підготувати усні відповіді на запитання.

- А) Які основні закони електростатики використовувалися в лабораторній роботі?
- Б) Дайте визначення і запишіть закон Кулона в скалярному і векторному вигляді для випадку, коли поле створюється двома зарядами протилежного знака.
- В) Визначення потенціалу поля.
- Г) Що таке дивергенція поля, що характеризує дивергенція?
- Д) Запишіть рівняння Пуассона.
- Е) Запишіть рівняння Лапласа.
- Ж) Для розв'язання яких задач і за яких умов застосовуються рівняння Пуассона і Лапласа.
- З) Що таке напруженість електростатичного поля?
- І) Як знайти напруженість поля знаючи його потенціал?
- К) Дайте визначення градієнту функції.
- Л) Градієнт - це скалярна чи векторна величина.
- М) Як обчислюється градієнт функції (поля)?
- Н) Як обчислюється дивергенція поля?
- О) Куди спрямований вектор градієнта функції?
- П) Як обчислюється робота електростатичного поля?
- Р) Чому дорівнює робота електростатичного поля з переміщення заряду по замкнутому контуру?
- С) Чому дорівнює робота електростатичного поля, якщо заряд переміщується не по замкнутому контуру, з однієї точки екіпотенціальної лінії поля в іншу?