**Практично-лабораторна робота №4**

##### Багаторазові (багатократні) опосередковані (непрямі) вимірювання.

**Визначення вхідної ємності вольтметра резонансним методом.**

**Мета роботи**: опрацювати методику вимірювання і визначення ємності вольтметра як результату опосередкованих (непрямих) вимірювань.

# Зміст роботи

До опосередкованих (непрямих) вимірювань відносяться такі, в яких шукане значення фізичної величини отримують за відомою математичною (функціональною) залежністю між цією величиною і величинами, що вимірюють методом безпосереднього оцінювання. Тобто опосередковану величину обраховують за результатами інших, прямо виміряних величин.

Вимірювання (визначення) ємності опосередкованим методом можна реалізувати резонансним методом, який базується на фізичному явищі виникнення резонансу в електричному колі. Резонанс – це явище різкого зростання амплі-туди вимушених коливань системи, яке виникає при наближенні частоти зовнішнього впливу до певних значень (резонансних частот), що обумовлено властивостями системи (коливального контуру, який показаний на Рис. 1). В момент резонансу в електричному резонансному контурі залежність між резонансною частотою, ємністю та індуктивністю описують виразом

$f\_{рез}=\frac{1}{2π\sqrt{LC}},$ (1)

який покладено в основу реалізації методу вимірювання вхідної ємності вольтметру за допомогою лабораторної установки, схема якої наведена на Рис. 1.

# **Рис. 1. Схема вимірювальної установки**

# **Схема складається з цифрового частотоміру (ЦЧ), генератора змінного струму (Г~), блоку резонансного контура (БРК); індуктивності та ємності резонансного контура Lk, Сk; зразкового (контрольного) вольтметру (Во), який має емність на вході СВо , і вольтметру, що повіряється Вх із ємністю на вході СВх.**

Вимірювальний резонансний контур складається з невідомого (СВх) та зразкових (контрольних) компонентів (Lk, Ck , CВо). Зміною частоти генератора Г~контур налаштовується в резонанс, який визначають за максимальним значенням напруги на контрольному вольтметрі Во.

Для визначення вхідної ємності СВх за умови, що значення індуктивності Lk невідоме і постійне, налаштування в резонанс виконують двічі – при відключеному та підключеному вольтметрі Вх, а значення вхідної ємності знаходять за функціональною залежністю

 $C\_{Вх}=\left[\left(\frac{f\_{1}}{f\_{2}}\right)^{2}-1\right]⋅C\_{k}^{\*}$, (2)

де *f1* – резонансна частота контура при відключеному вольтметрі Вх;

 *f2* – резонансна частота контура при підключеному вольтметрі Вх;

 ** – сумарне значення початкової ємності резонансного контуру:$C\_{k}^{\*}=C\_{k}+C\_{В\_{0}}$.

 Похибки, що виникають при реалізації методу вимірювання:

 – похибка вимірювання частоти генератора в момент резонансу

$δ\_{f}=δ\_{пер}+δ\_{м}+δ\_{кв},$ (3)

де $ δ\_{пер}$***–*** похибка перетворення,

$δ\_{м}$ – похибка міри,

$δ\_{кв}$ – похибка квантування;

 – похибка початкової ємності (С\*к) контура;

 – суб’єктивна похибка налаштування електричного контура в резонанс, яка виникає через пологість резонансної характеристики на частотах, близьких до резонансної частоти, тому зазвичай встановити точне значення резонансу не вдається; цю похибку можна вважати випадковою складовою.

Сумарну похибку вимірювання частоты можна зменьшити, для чого застосовують метод резонансу в області підвищених (свыше 20 кГц) частот.

Результати вимірювань резонансних частот, які отримують попарно, зведені в Таблицю 1.

## Таблиця 1 – Результати прямих вимірювань частот резонансу

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| $$f\_{1\_{i}}$$ | $$f\_{1\_{1}}$$ | $$f\_{1\_{2}}$$ | … | … | … | … | … | … | … | $$f\_{1\_{10}}$$ |
| $$f\_{2\_{i}}$$ | $$f\_{2\_{1}}$$ | $$f\_{2\_{2}}$$ | … | … | … | … | … | … | … | $$f\_{2\_{10}}$$ |

Опрацювання результатів

Опрацювання результатів прямих вимірювань резонансних частот

1. Визначити оцінки дійсних значень резонансних частот $f\_{1\_{i}}$та $f\_{2\_{i}}$ як середні арифметичні відповідно до гіпотези про розподіл вибірок за нормальним законом:

 ****** (4)

де $n$ – кількість спостережень у вибірках $f\_{1\_{i}}$ та $f\_{2\_{i}}$.+

2. Обрахувати значення випадкових відхилень частот для двох вибірок:

 (5)

1. Визначити оцінку дисперсій і середніх квадратичних відхилень (СКВ) вибірок:

$D\left(f\_{1}\right)=\frac{\sum\_{i=1}^{n}v\_{1i}^{2}}{n-1}=\frac{\sum\_{i=1}^{n}(f\_{1i}-\bar{f}\_{1})^{2}}{n-1};D(f\_{2})=\frac{\sum\_{i=1}^{n}v\_{2i}^{2}}{n-1}=\frac{\sum\_{i=1}^{n}(f\_{2i}-\overline{f\_{2}})^{2}}{n-1}$; (6)

  (7)

1. Перевірити вибірки на наявність промахів за критерієм Смірнова або Граббса

(див. попередні практично-лабораторні роботи). За наявністю промахів вилучити їх з вибірки, а також вилучити парні результати з другої вибірки. Оцінки за формулами (4) – (7) перерахувати.

1. Визначити оцінку СКВ результатів вимірювання резонансних частот:

 (8)

1. Перевірити результати вимірювань частот на рівноточність.

Рівноточність вибірок підтверджують шляхом перевірки їх рівнорозсяності за критерієм Фішера. $F\_{експ}$ порівнюють з допустимим табличним значенням $F\_{доп}$:

 $F\_{експ}=\frac{D\_{max}}{D\_{min}} ⟨F\_{доп}$. (9)

За значеннями довірчої вірогідності $P\_{дов}$ та числа ступенів свободи *k = n - 1* обирають $F\_{доп}$із статистики $F$ -розподілу Фішера (див. попередні практично-лабораторні роботи). Якщо нерівність (9) виконується, то дисперсії *D(f1)* і *D(f2)* визнають рівнорозсіяними, а результати вимірювань частот $f\_{1\_{i}}і$ $f\_{2\_{i}}$ – рівноточними.

Якщо нерівність (9) не підтверджується, то це вказує на неідентичність умов, за яких було отримано результати спостережень.

 7. Перевірити результати вимірювань на наявність кореляційного зв’язку між парами вибіркових частот $f\_{1\_{i}}$ і $f\_{2\_{i}}$.

Наявність кореляційного зв’язку оцінюють за коефіцієнтом кореляції, який порівнюють з допустимим значенням:

$\left|R\_{12}\right|=\frac{\sum\_{i=1}^{n}\left|v\_{1i}⋅v\_{2i}\right|}{(n-1)S(f\_{1})S(f\_{2})}=\frac{\sum\_{i=1}^{n}\left[(f\_{1i-}\overline{f\_{1}})(f\_{2i}-\overline{f\_{2}})\right]}{(n-1)S(f\_{1})S(f\_{2})}≺R\_{доп}$ (10)

Коефіцієнт кореляції може приймати значення -1…0…+1. Значення $R\_{доп}$ обирають залежно від довірчої вірогідності $P\_{дов} і$ числа ступенів свободи $k=n-1$ (n - кількість пар частот) за статистикою $R$ - розподілу. Статистика надана по модулю.

8. Оцінити суттєвість кореляційного зв’язку:

 $\frac{\left|R\_{12}\right|⋅\sqrt{n}}{1-R\_{12}^{2}}≺t\_{Ст},$ (11)

де $t\_{Ст}$ – коефіцієнт Стьюдента, який обирають за статистикою розподілу Стьюдента в залежності від $P\_{дов}$ и $k$. Суттєвість кореляційного зв’язку – альтернативний (або додатковий) критерій; застосовують, коли бракує статистики $R$ – розподілу.

Якщо нерівність (11) виконується, то кореляційний зв’язок визнають несуттєвим, який можна не враховувати в подальших обрахуваннях, а результати вимірювань вважати незалежними.

Опрацювання результатів опосередкованих (непрямих) вимірювань

1. Визначити оцінку дійсного значення вхідної ємності вольтметра:

 $\overbar{С}\_{Вх}=\left[\left(\frac{\overline{f}\_{1}}{\overline{f}\_{2}}\right)^{2}-1\right]⋅C\_{k}^{\*}.$ (12)

2. Визначити оцінку СКВ дійсного значення результату опосередкованого вимірювання.

2.а. Оцінку СКВ при несуттєвому кореляційному зв’язку (незалежні вимірювання) знаходять за формулою

  (13)

2.б. Оцінку СКВ при суттєвому кореляційному зв’язку (залежні вимірювання) знаходять за формулою

$\overline{С}\_{вх})=\sqrt{\left(\frac{∂\overline{С}\_{вх}}{∂\overline{f\_{1}}}S\left(\overline{f\_{1}}\right)\right)^{2}+\left(\frac{∂\overline{С}\_{вх}}{∂\overline{f\_{2}}}S\left(\overline{f\_{2}}\right)\right)^{2}\pm 2R\_{12}⋅S(\overline{f}\_{1})S(\overline{f}\_{2})⋅\frac{∂\overline{C}\_{вх}}{∂\overline{f\_{1}}}⋅\frac{∂\overline{C}\_{вх}}{∂\overline{f\_{2}}}}$, (14)

 де $\frac{∂\overline{С}\_{вх}}{∂\overline{f\_{1}}}$ і $\frac{∂\overline{С}\_{вх}}{∂\overline{f\_{2}}} $- часткові похідні функції $\overbar{С}\_{вх}= φ(\overbar{f\_{1}}, \overbar{f\_{2}})$,

 $S\left(\overline{f}\_{1}\right) і S(\overline{f}\_{2})$ – СКВ оцінок САЗ резонансних частот,

 $R\_{12}$ – коефіцієнт кореляції; обов’язково враховується знак («+» чи «-»)

3. Визначити інтервальну оцінку похибки (межі довірчого інтервалу) дійсного значення вхідної ємності вольтметра:

 $\pm ε\left(С\_{Вх}\right)=\pm t\_{Ст}⋅S(\overset{\\_\\_}{C}\_{Вх})$, (15)

де $t\_{Ст}$– коефіцієнт Стьюдента для завданого значення довірчої вірогідності $P\_{дов}$;

 $S(\overset{\\_\\_}{C}\_{Вх})$ – СКВ дійсного значення вхідної ємності.

4. Записати результат опосередкованого вимірювання вхідної ємності вольтметра у вигляді

 $С\_{Вх}=\overline{С}\_{Вх}\pm ε(\overline{С}\_{Вх}),$ $P\_{дов}=...;k=....$ (16)

**Статистики**

##### Критерій Смірнова

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n | q = 0,10 (Pдов = 0,90) | q = 0,05 (Pдов = 0,95) | q = 0,01 (Pдов = 0,99) |
| 3 | 1,15 | 1,15 | 1,15 |
| 4 | 1,42 | 1.46 | 1.49 |
| 5 | 1,60 | 1,67 | 1,75 |
| 6 | 1,73 | 1,82 | 1,94 |
| 7 | 1,83 | 1,94 | 2,10 |
| 8 | 1,91 | 2,03 | 2,22 |
| 9 | 1,98 | 2,11 | 2,32 |
| 10 | 2,03 | 2,18 | 2,41 |
| 11 | 2,09 | 2,23 | 2,48 |
| 12 | 2,13 | 2,29 | 2,55 |
| 13 | 2,17 | 2,33 | 2,61 |
| 14 | 2,21 | 2,37 | 2,66 |
| 15 | 2,25 | 2,41 | 2,70 |

**Критерій Граббса**

|  |  |
| --- | --- |
| **n** | **Рівень значимості** |
| **0,1** | **0,05** | **0,025** | **0,01** | **0,001** |
| **3** | 1,148 | 1,153 | 1,155 | 1,155 | 1,155 |
| **4** | 1,425 | 1,463 | 1,481 | 1,492 | 1,499 |
| **5** | 1,602 | 1,672 | 1,715 | 1,749 | 1,780 |
| **6** | 1,729 | 1,822 | 1,887 | 1,944 | 2,011 |
| **7** | 1,828 | 1,938 | 2,020 | 2,097 | 2,201 |
| **8** | 1,909 | 2,032 | 2,126 | 2,221 | 2,358 |
| **9** | 1,977 | 2,110 | 2,215 | 2,323 | 2,492 |
| **10** | 2,036 | 2,176 | 2,290 | 2,410 | 2,606 |
| **11** | 2,088 | 2,234 | 2,355 | 2,485 | 2,705 |
| **12** | 2,134 | 2,285 | 2,412 | 2,550 | 2,791 |

**Розподіл Фишера, *Fдоп***

**Значення *Fk1,k2*для різних значень *Рдов***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **k2** | **Pдов** | **k1** |
| **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** |
| **5** | 0,750,900,950,99 | 1,893,455,0511,0 | 1,893,404,9510,7 | 1,893,374,8810,5 | 1,893,344,8210,3 | 1,893,324,7710,2 | 1,893,304,7410,1 | 1,893,284,719,96 | 1,893,274,689,98 |
| **6** | 0,750,900,950,99 | 1,793,114,398,75 | 1,783,054,288,47 | 1,783,014,218,26 | 1,772,984,158,10 | 1,772,964,107,98 | 1,772,944,067,87 | 1,772,924,037,79 | 1,772,904,007,72 |
| **7** | 0,750,900,950,99 | 1,712,883,977,46 | 1,712,833,877,19 | 1,702,783,796,99 | 1,702,753,736,84 | 1,692,723,686,72 | 1,692,703,646,62 | 1,692,683,606,54 | 1,682,673,576,47 |
| **8** | 0,750,900,950,99 | 1,662,733,696,63 | 1,652,673,586,37 | 1,642,623,506,18 | 1,642,593,446,03 | 1,642,563,395,91 | 1,632,543,355,81 | 1,632,523,315,73 | 1,622,503,285,67 |
| **9** | 0,750,900,950,99 | 1,622,613,486,06 | 1,612,553,375,80 | 1,602,513,295,61 | 1,602,473,235,47 | 1,592,443,185,35 | 1,592,423,145,26 | 1,582,403,105,18 | 1,582,383,075,11 |
| **10** | 0,750,900,950,99 | 1,592,523,335,64 | 1,582,463,225,39 | 1,572,413,145,20 | 1,562,383,075,06 | 1,562,353,024,94 | 1,552,322,984,85 | 1,552,302,944,77 | 1,542,282,914,71 |

 k1 – число ступенів свободи в першій вибірці, k1 = n1 - 1

 k2 – число ступенів свободи в другій вибірці, k2 = n2 - 1

**Розподіл коефіцієнта кореляції R**

**Коефіцієнт кореляції може приймати значення -1 < R < 1.**

|  |  |
| --- | --- |
| **k = n - 1** | Рівень значимості, q |
| **0,10** | **0,05** | **0,02** | **0,01** | **0,001** |
| **2** | 0,900 | 0,950 | 0,980 | 0,990 | 0,999 |
| **3** | 0,805 | 0,878 | 0,934 | 0,959 | 0,992 |
| **4** | 0,729 | 0,811 | 0,882 | 0,917 | 0,974 |
| **5** | 0,669 | 0,754 | 0,833 | 0,874 | 0,951 |
| **6** | 0,621 | 0,707 | 0,789 | 0,834 | 0,925 |
| **7** | 0,582 | 0,666 | 0,750 | 0,798 | 0,898 |
| **8** | 0,549 | 0,632 | 0,716 | 0,765 | 0,872 |
| **9** | 0,521 | 0,602 | 0,685 | 0,735 | 0,847 |
| **10** | 0,497 | 0,576 | 0,658 | 0,708 | 0,823 |
| **12** | 0,457 | 0,532 | 0,612 | 0,661 | 0,780 |
| **14** | 0,426 | 0,497 | 0,574 | 0,623 | 0,742 |
| **16** | 0,400 | 0,468 | 0,543 | 0,590 | 0,708 |
| **18** | 0,389 | 0,456 | 0,528 | 0,561 | 0,679 |
| **20** | 0,369 | 0,433 | 0,503 | 0,549 | 0,665 |

##### Розподіл Стьюдента

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **k/Pдов** | **0.80** | **0.90** | **0.95** | **0.98** | **0.99** | **0.995** | **0.999** |
| **1** | 3.08 | 6.31 | 12.71 | 31.82 | 63.66 | 127.32 | 636.62 |
| **2** | 1.89 | 2.92 | 4.30 | 6.93 | 9.53 | 14.09 | 31.60 |
| **3** | 1.64 | 2.35 | 3.18 | 4.54 | 5.84 | 7.45 | 12.94 |
| **4** | 1.53 | 2.13 | 2.78 | 3.75 | 4.60 | 5.60 | 8.61 |
| **5** | 1.48 | 2.02 | 2.57 | 3.37 | 4.03 | 4.77 | 6.86 |
| **6** | 1.44 | 1.94 | 2.45 | 3.14 | 3.71 | 4.32 | 5.96 |
| **7** | 1.42 | 1.90 | 2.37 | 3.00 | 3.50 | 4.03 | 5.41 |
| **8** | 1.40 | 1.86 | 2.31 | 2.90 | 3.36 | 3.83 | 5.04 |
| **9** | 1.38 | 1.83 | 2.26 | 2.82 | 3.25 | 3.69 | 4.78 |
| **10** | 1.37 | 1.81 | 2.23 | 2.76 | 3.17 | 3.58 | 4.59 |
| **11** | 1.36 | 1.80 | 2.20 | 2.72 | 3.11 | 3.50 | 4.44 |
| **12** | 1.36 | 1.78 | 2.18 | 2.68 | 3.06 | 3.43 | 4.32 |
| **13** | 1.35 | 1.77 | 2.16 | 2.651 | 3.01 | 3.37 | 4.22 |
| **14** | 1.34 | 1.76 | 2.15 | 2.62 | 2.98 | 3.33 | 4.14 |
| **15** | 1.34 | 1.75 | 2.13 | 2.60 | 2.95 | 3.29 | 4.07 |

**Завдання для самостійної роботи**

**Завдання.** Отримано дві вибірки резонансних частот по 10 вимірювань в кожній. Визначити точкову і інтервальну оцінки опосередкованої величини – ємності вольтметру для завданих Ск\* та Рдов.

**Групи 310, 311, 312**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| *f1i, кГц* | 32,345 | 32,490 | 32,460 | 32,501 | 32,343 | 32,669 | 32,777 | 32,887 | 32,184 | 32,988 |
| *f2i, кГц* | 24,493 | 24,528 | 24,961 | 24,786 | 24,929 | 24,984 | 24,823 | 24,649 | 24,798 | 24,901 |

 Ск\* = 1300 пФ, Рдов = 0,90

**Група 318**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| *f1i, кГц* | 31,256 | 31,249 | 31,465 | 31,201 | 31,408 | 31,860 | 31,871 | 31,613 | 31,349 | 31,523 |
| *f2i, кГц* | 23,549 | 23,436 | 23,218 | 23,465 | 23,514 | 23,255 | 23,500 | 23,439 | 23,324 | 23,605 |

 Ск\* = 1150 пФ, Рдов = 0,95

**Група 319**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| *f1i, кГц* | 30,615 | 30,558 | 30,671 | 30,664 | 30,712 | 30,828 | 30,832 | 30,885 | 31,015 | 31,054 |
| *f2i, кГц* | 26,423 | 26,127 | 26,513 | 26,482 | 26,339 | 26,124 | 26,623 | 26,562 | 26,118 | 26,324 |

 Ск\* = 800 пФ, Рдов = 0,99