# Практика №3-4

#  ОДНОКРАТНІ ПРЯМІ ВИМІРЮВАННЯ.

# ВИЗНАЧЕННЯ ДОДАТКОВИХ ПОХИБОК. РОЗРАХУНОК ПІДСУМКОВОЇ ПОХИБКИ СИСТЕМАТИЧНОГО ХАРАКТЕРА

**Похибка вимірювання, яка виникає в результаті зміни умов вимірюваня** єскладовою систематичної похибки вимірювання внаслідок неврахованого впливу відхилення в сторону збільшення чи зменшення будь-якого з параметрів, які характеризують умови вимірювання, від встановленого значення. Цю похибку також називають **додатковою похибкою від зовнішніх впливових чинників** (**величин)**.

**Впливовими величинами** є чинники оточуючого середовища (температура, вологість, тиск, вібрація и т.ін.), нестабільність параметров живлення електроприладів, що застосовані у процесі вимірювання (напруга, частота, фаза в мережі), неправильне або неточне встановлення засобу вимірювання, порушення правил взаємного розташування засобів вимірювань у вимірювальній установці, наявність поблизу неекранованих джерел електромагнітного випромінювання та ін. Тому для кожного приладу нормують умови, за яких вплив величин зовнішнього середовища буде мінімальним.

**Нормальні умови вимірювань** – умови проведення вимірювань, які характеризуються сукупністю значень або областей значень впливових величин, що приймають за номінальні.

Нормальні умови вимірювань встановлюють в нормативно-техничних документах або в технічних регламентах на засоби вимірювань (ЗВ) конкретного виду або при їх повірці.

**Нормальна область значень впливової величини –** цеобласть значень, в межах якої змінами результатів вимірювань під її впливом можна знехтувати у відповідності до встановлених норм точності. Тобто максимальна похибка результату при проведенні вимірювань в області нормальних значень впливової величини повністю описана класом точності.

Наприклад, при поверці ЗВ класу точності 0,05 температура в термостаті не повинна змінюватись більше ніж на ± 0,5°С від встановленої температури номінального значення 20°С. Тобто нормальна область значень температури знаходиться в діапазоні від 19,5°С до 20,5°С і нормується (20,0 ± 0,5)°С або 20,0°С ± 0,5°С.

**Нормальне значення впливової величини** це значення, яке для неї встановлено в якості номінального.

При вимірювання багатьох величин нормується температура, як найвпливовіший і швидкозмінний чинник, з номінальним значенням 20 °С або 293 К (К – Кельвин – одиниця вимірювання термодинамічної температури в Міжнародній системі одиниць SI). На нормальне/номінальне значення зазвичай розрахована *основна похибка* ЗВ, до якого наводять результати багатьох вимірювань, що виконані в різних умовах.

**Робоча область значень впливовї величини -** область значень впливової величини, в межах якої нормують додаткову похибку або змінення показань ЗВ.

Наприклад: для амперметра нормують змінення показань, яке викликають від-хилення частоты змінного струму від 50 Гц. В данному випадку 50 Гц – нормальне значення частоти: (50,0 ± 0,1) Гц.

**Граничні умови вимірювань** – умови вимірювань, що характеризуються екстремальними значеннями вимірюваної та впливових величин, які ЗВ може витримати без руйнувань і погіршення його метрологічних характеристик.

 Засіб вимірювань безпосередньо пов’язаний з результатом прямих вимірювань, так як похибки результату вимірювання розраховують за його метрологічними характеристиками.

Встановлення умов застосування і нормальних умов є обов’язковим для забезпечення єдинообразія метрологічних характеристик ЗВ. Це пояснюється тим, що похибки однотипних ЗВ, які застосовують в різних зовнішніх умовах, повинні бути сумісними.

В більшості нормативно-технічних документів на ЗВ до нормальних відносяться наступні зовнішні умови:

**-** температура оточуючого середовища 293 К ± 5 К або 20°С ± 5°С;

- відносна вологість 65 % ± 15 %;

- атмосферний тиск 101,33 кПа ± 4,50 кПа (750 мм рт. ст. ± 30 мм рт. ст.);

- напруга живлення електричної мережі (для електричних та ін. ЗВ, які мають електричні кола) 220,0 В ± 4,4 В частотой 50 Гц;

- частота живлення електричної мережі 50,0 Гц ± 0,2 Гц;

- постійна складова напруженості магнітного поля 400 А/м.

**Додаткова похибка засоба вимірювань** **-**складова похбки ЗВ, яка виникає додатково до основної похибки внаслідок відхилення будь-якої з впливових величин від нормального її значення або внаслідок її виходу за межі нормальної області значень.

Прийнято розрізняти додаткові похибки за окремими впливовими чинниками: додаткова температурна похибка, додаткова похибка від змінення атмосферного тиску, додаткова похибка від зміщення початку відліку приладу та ін.

Додаткові похибки враховують за допомогою **функцій впливу** або **коефіцієнтів впливу** по кожній впливовій величині.

Функція впливу є залежність чисельних значень (зазвичай у %), на які необхідно збільшити значення основної похибки, від значення відхилення впливової величини від нормальних умов.

Наприклад, функцію впливу температури вказують як ***n%/10°C,*** а функцію впливу від джерела мережевої напруги як ***m%/5%Uпит***, де числа ***n%*** і ***m%*** означають, на скільки відсотків потрібно збільшити значення основної похибки вимірювання, при вказанному відхиленні від нормальних умов зовнішнього впливового чинника (температури і напруги, відповідно). Якщо залежність функції впливу нелінійна, то її надають у вигляді графіка, формули чи таблиці.

**ФОРМУЛИ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ДОДАТКОВИХ ПОХИБОК**

**У ВІДНОСНІЙ ФОРМІ**

а) додаткова температурна похибка:

 $δ\_{t}=\pm γ\_{кл}⋅\frac{\left|t\_{вим}-t\_{норм}\right|}{10^{∘}С};$

б) додаткова похибка від зміни атмосферного тиску:

$$δ\_{Р}=\pm γ\_{кл}⋅\frac{\left(^{\left|Р\_{вим}-Р\_{норм}\right|}/\_{Р\_{норм}}\right)⋅100\%}{10\%};$$

в) додаткова похибка від зміни вологості середовища: 

$$δ\_{ψ}=\pm γ\_{кл}⋅\frac{\left(^{\left|ψ\_{вим}-ψ\_{норм}\right|}/\_{ψ\_{норм}}\right)⋅100\%}{10\%};$$

г) додаткова похибка від зміни напруги живлення:

$$δ\_{U}=\pm γ\_{кл}⋅\frac{\left(^{\left|U\_{живл.вим}-U\_{ живл. норм}\right|}/\_{U\_{живл. норм}}\right)⋅100\%}{10\%};$$

д) додаткова похибка від зміни частоти напруги живлення:

$$δ\_{f}=\pm γ\_{кл}⋅\frac{\left(^{\left|f\_{живл. вим}-f\_{живл. норм}\right|}/\_{f\_{живл. норм}}\right)⋅100\%}{2\%};$$

е) додаткова похибка від зміни напруженості постійного магнітного поля:

$δ\_{Н}=\pm γ\_{кл}⋅\frac{Н\_{вим}}{Н\_{норм}}$.

**Приклад 1.** Визначити похибку встановлення частоти сигналу в точці 1 МГц високочастотним генератором сигналів Г4-102 при відхиленні температури повітря відносно нормальної на ± 10°С.

В технічному описі приладу Г4-102 вказано, что похибка встановлення частоти не перевищує ± 1 %, а додаткова похибка встановлення частоти при зміненні температури на ± 10°С не перевищує значення ±(3000 *f*нес + 250) Гц, где *f*нес – значение несучої частоти в МГц.

**Розв’язання**

Визначимо межі додаткової абсолютної похибки встановлення частоти:

$∆ = \pm \left(3000∙f\_{нес}+ 250\right)= \pm \left(3000∙1+250\right)= \pm 3250 Гц$.

Відносна додаткова похибка складає:

$$δ= \pm \frac{∆}{f\_{нес}}∙100\%= \pm \frac{3250 Гц}{1∙10^{6}Гц}∙100\%= \pm 0,325\%.$$

Тоді сумарна похибка встановлення частоти при вимірюванні температури на ± 10°С буде ±(1 + 0,325)% = ±1,325% ≈ 1,3%.$ $

**Приклад 2.** Оцінити складові похибки вимірювання струму в колі з опором 200 Ом міліамперметром класу точності 0,5 з верхнею границею діапазону вимірювання 0,25 мА, якщо показання дорівнює 0,18 мА. Вимірювання проведено при температурі повітря +26 °С, тиску 107,5 кПа та поблизу струмопровідної шини с напруженістю магнітного поля 300 А/м, а міліамперметр відноситься до групи А лабораторних приладів. Визначити сумарну вірогідну похибку вимірювання з довірчою вірогідністю **Рдов = 0,95**.

**Розв’язок**

Оцінимо межі основної абсолютної похибки вимірювання сили струму, яка виникає при нормальних умовах проведення вимірювання:

$$Δ=\pm γ\_{кл}\frac{I\_{норм}}{100\%}=\pm 0,5\frac{0,25}{100\%}=\pm 0,00125мА=\pm 1,25⋅10^{-6}А.$$

Визначимо основну відносну похибку вимірювання:

$$δ=\pm \frac{Δ}{I\_{вим^{}}}⋅100\%=\pm \frac{1,25⋅10^{-6}А}{0,18⋅10^{-3}А}⋅100\%=\pm 0,694(4)\%.$$

Оцінимо межі відносних додаткових похибок (з урахуванням групи експлуатації міліамперметра), які викликані відхиленням значень чинників середовища від нормальних значень:

а) при зміні температури



б) при зміні тиску

$$=\pm 0,5\%⋅\frac{\left(^{\left|107,5-101,3\right|}/\_{101,3}\right)⋅100\%}{10\%}=\pm 0,5\%⋅\frac{6,08901\%}{10\%}=0,3044505\%;$$

в) при зміні постійної складової напруженості магнітного поля

**.**

Підсумкова вірогідна відносна похибка вимірювання



де  – коефиіцієнт, який залежить від довірчої вірогідності **Рдов** (або рівня значимості **q)** та кількості сумованих складових ***i*** похибки. визначають з таблиці 1;

**n** – загальна кількість сумованих похибок.

**Рдов + q = 1** (або **100%**, якщовірогідності завдано у %).

Таблиця 1. Значення коефіцієнта 

|  |  |
| --- | --- |
| Кількістьсумованих складових | Значення  при **Рдов (q)** |
| **Рдов = 0,90** | **Рдов = 0,95** | **Рдов = 0,99** | **Рдов = 0,9973** |
| 2 | 0,97 | 1,10 | 1,27 | 1,34 |
| 3 | 0,96 | 1,12 | 1,37 | 1,50 |
| 4 | 0,96 | 1,12 | 1,41 | 1,58 |
| 5 | 0,96 | 1,12 | 1,42 | 1,61 |
| 6 | 0,96 | 1,12 | 1,45 | 1,64 |
| >6 | 0,95 | 1,13 | 1,49 | 1,73 |

Визначимо вірогідну відносну похибку вимірювання при завданій довірчій вірогідності 0,95 та кількості сумованих складових похибки **n = 4** (основна і три додаткових):



Іноді виникає потреба визначити наведену похибку γ результату вимірювання при застосуванні засобу вимірювання, для якого нормована відносна похибка c/d. Для цього визначають абсолютні похибки на початку діапазона вимірювання і по всій шкалі діапазона:

1. $∆\_{"0"}= \frac{d}{100\%} X\_{норм}$ - абсолютна похибка на початку діапазону вимірювання (умовний “0”);
2. $∆\_{Х }\_{норм }= ∆\_{"0"} + \frac{с - d}{100\%} X\_{норм}$ - абсолютна похибка у всьому діапазоні вимірювання;
3. $γ = \frac{∆\_{Х }\_{норм }}{X\_{норм}}$100% . Її можна використовувати в формулах додаткових похибок як γкл.

**Приклад 3.**  Універсальним вольтметром класу точності 0,5/0,25 з діапазоном вимірювання від 0 до 30 В отримали значення 19,85 В. Вимірювання проводили в таких умовах: температура оточуючого середовища +15 ºС, вологість повітря 78 %, тиск 102 кПа, напруга живлення 232 В, зміщення початку відліку приладу +0,05 В. Обрахувати сумарну та сумарну вірогідну абсолютні похибки з довірчою вірогідністю 0,98.

**Розв’язання**

δ = 0,5/0,25 Аналізуючи значення зовнішніх чинників,

Uнорм = 30 В бачимо, що значення температури дорівнює

Uвим = 19,85 В верхньому значенню робочої області значень,

tоточ серед  = tвим = +15 ºС а значення вологості і тиску - всередені робо-

Ψоточ серед =Ψвим = 78% чої області. Також є похибка систематичного

Роточ серед =Рвим = 102 кПа характеру - зміщення початку відліку, яка та-

Uживл = 232 В кож є додатковою або такою, яку можна усу-

Δ”0” = +0,05 В нути введенням поправки (розв’яжемо задачу

Рдов = 0,98 у двох варіантах). Таким чином складових су-

 марної похибки буде чотири: основна похибка

ΔΣ - ?ΔΣвірог - ?і тридодаткових (від температури, напруги

живлення та “нуля”).

**Варіант №1**

1. Визначимо основну відносну похибку результату вимірювання

$$δ\_{осн} = \pm \left[с +d \left(\frac{U\_{норм}}{U\_{вим}} - 1\right) \right]=\pm \left[0,5\% +0,25\% \left(\frac{30 В}{19,85В} - 1\right)\right]=$$

= ± [0,5% + 0,25% ·0,5113350] = ±0,6278% ≈ ±0,63%

1. Визначимо додаткові похибки у відносній формі

2.1) спочатку знайдемо γкл:

$$γ\_{кл} = \pm \frac{∆U\_{норм}}{U\_{норм}} 100\% =\pm \frac{\left[\frac{d}{100\%}U\_{норм} +\frac{с-d}{100\%} U\_{норм}\right]}{U\_{норм}} 100\%= =\pm \frac{\frac{U\_{норм}}{100\%}}{U\_{норм}}\left[d - c + d\right] 100\% = \pm c, \% = \pm 0,5\%$$

або 2.1.а) $∆\_{0}= \frac{d}{100\%} U\_{норм} = \frac{0,25\%}{100\%} 30B=0,075B$

 2.1.б) $∆U\_{норм} = ∆\_{0} + \frac{с - d}{100\%}∆U\_{норм} = 0,075B +\frac{0,5\% - 0,25\%}{100\%}30B=$

$$= 0,075B + 0,075B = 0,15B $$

 2.1.в) $γ\_{кл} = \pm \frac{∆U\_{норм}}{U\_{норм}} 100\%=\pm \frac{0,15 В}{30В}100\% = \pm 0,5\% $

2.2) додаткова похибка від температури



2.3) додаткова похибка від напруги живлення вольтметра



2.4) додаткова похибка від зміщення нуля

$$δ\_{"0"}= \pm \frac{∆\_{"0"}}{U\_{вим}} 100\% = \pm \frac{0,05В}{19,85В} 100\% = \pm 0,251889\% ≈ \pm 0,25\%$$

1. Обрахуємо сумарні відносні похибки:

3.1) максимальну

$$δ\_{Σмакс} =\sum\_{і=1}^{4}δ\_{і} =δ\_{осн}+δ\_{t}+δ\_{Uживл}+δ\_{"0"}=(0,63+0,25+0,03+0,25)\%= = 1,16\% $$

3.2) вірогідну (Pдов = 0,99 і k = 4)

$$δ\_{вір} = k\sqrt{\sum\_{i=1}^{4}δ\_{i}^{2} }= 1,41 \sqrt{0,63^{2}+0,25^{2}+0,03^{2}+0,25^{2}} =1,01949\%≈1,02\%$$

1. Визначимо основну і додаткові похибки в абсолютних значеннях

4.1) Основна абсолютна похибка

$$δ\_{осн} = \pm \frac{∆\_{осн}}{U\_{вим}}100\% ⇒∆\_{осн} =\pm \frac{δ\_{осн}}{100\%}U\_{вим}= \pm \frac{0,6278\%∙19,85В}{100\%}= = \pm 0,1246183 В ≈ \pm 0,12 В$$

 4.2) Додаткова абсолютна похибка від температури

$$∆\_{t}= \pm \frac{δ\_{t}∙ U\_{вим}}{100\%}= \pm \frac{0,25\%∙19,85B}{100\%}= \pm 0,04925B ≈\pm 0,05B$$

4.3) Додаткова абсолютна похибка від напруги живлення

$$∆\_{Uживл}= \pm \frac{δ\_{Uживл}∙ U\_{вим}}{100\%}= \pm \frac{0,03\%∙19,85B}{100\%}= \pm 0,005955B ≈\pm 0,006 B$$

1. Визначимо сумарні значення абсолютних похибок:

5.1) максимальну

$∆\_{Σмакс}= \sum\_{і=1}^{4}Δ\_{і} = ∆\_{осн}+∆\_{t}+∆\_{Uживл}+∆\_{"0"}=\left(0,1246183+0,04925+ +0,005955+0,05\right)В = \pm 0,2298233 В≈\pm 0,23 В$;

 5.2) вірогідну

$ ∆\_{вір} = k\sqrt{\sum\_{i=1}^{4}∆\_{i}^{2} }= 1,41 \sqrt{0,1246183^{2}+0,04925^{2}+0,005955^{2}+0,05^{2}}= = 0,2018357В ≈\pm 0,2$ В.

Запишемо результати вимірювання: Uвим = 19,85 В ± 0,23 В, δмакс = ±1,16 %

 Uвим = 19,85 В ± 0,20 В, δΣвір = ±1,02 %

Зверніть увагу на те, що сумарні вірогідні похибки мають менші значення, ніж сумарні максимальні (як в абсолютних, так і у відносних одиницях).

**Варіант №2: рішення з урахуванням поправки**

Абсолютна похибка від зміщення нуля має систематичний характер, тому її можна обнулити шляхом введення поправки:

С = - Δсист = - Δ”0” = - 0,05 В

Тоді виправлений результат вимірювання буде

Uвипр вим = Uвим + С = 19,85 В + (- 0,05 В) = 19,80 В

Далі потрібно обрахувати всі складові із виправленим значенням напруги.

Основна відносна похибка результату виправленого вимірювання буде

$$δ\_{осн} = \pm \left[с +d \left(\frac{U\_{норм}}{U\_{вим}} - 1\right) \right]=\pm \left[0,5\% +0,25\% \left(\frac{30 В}{19,8В} - 1\right)\right]=$$

= ... = ± 0,62(87)% ≈ ± 0,63%

Як бачимо, похибка зміщення нуля така мала, що не впливає на значення основної похибки. А саме основна похибка серед інших має найбільше значення. Тож в даному випадку перераховувати значення додаткових похибок немає сенсу.