**Ментор Вища математика 1 курс**

Шановні студенти, за програмою спеціальності, на яку ви вступили, гр 119 буде вивчати вищу математику 2 семестри, гр 115,116, 117, 316, 317 – три семестри

У кожному семестрі буде 2 модуля. В кінці кожного – буде модульна (екзаменаційна) робота

**Програма навчальної дисципліни**

**1 семестр**

**Модуль 1. Векторна та лінійна алгебра**

**Змістовий модуль 1.** Векторна алгебра та аналітична геометрія

**Тема 1. Вступ до дисципліни «Вища математика»**

Предмет вивчення і задачі дисципліни „Вища математика ”. Основні історичні етапи розвитку.

**Тема 2. Векторна алгебра і елементи теорії визначників**

Визначники 2-го, 3-го, n-го порядку, властивості, обчислення. Алгебраїчні доповнення i мінори. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Правило Крамера розв'язання СЛАР. Вектори. Лінійні операції над векторами. Лінійно-залежні та лінійно-незалежні системи векторів. Колінеарні та компланарні вектори. Базис, розкладання вектора за базисом. Проекція вектора та його координати. Декартові прямокутні координати на площині i в просторі. Лінійні операції над векторами в координатній формі.Скалярний добуток векторів, його властивості. Довжина вектора, кут між векторами, умови перпендикулярності i паралельності векторів, які задані у координатній формі. Векторний добуток векторів, його властивості, обчислення в координатній формі, геометричний зміст. Мішаний добуток векторів, властивості, обчислення, геометричний зміст, застосування. Подвійний векторний добуток.

**Тема 3. Рівняння прямої і площини**

Площина. Рівняння площини: у векторній формі, проведеної через точку з даним вектором нормалі. Загальне рівняння площини. Кут між площинами, умови паралельності i перпендикулярності площин. Відстань між площинами. Пряма у просторі, напрямний вектор прямої, рівняння прямої: у векторній формі, в параметричному вигляді, у канонічному вигляді, як пари площин. Відстань між прямими. Основні задачі на пряму лінію і площину.

**Змістовий модуль 2.** Матричне числення

**Тема 4. Матриці і системи лінійних алгебраїчних рівнянь**

Матриці. Дії з матрицями. Ранг матриці, його обчислення.Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Метод Гауса розв'язання СЛАР. Обернена матриця.Матричний метод розв'язання системи лінійних рівнянь. Ранг матриці, його обчислення. Дослідження розв'язності системи лінійних рівнянь, теорема Кронекера-Капеллі. Однорідні СЛАР. Фундаментальна система розв'язків. Структури розв’язків однорідної та неоднорідної СЛАР.

**Змістовий модуль 3.** Елементи лінійної алгебри

**Тема 5. Лінійні векторні простори. Лінійні оператори та їх матриці**

Елементи теорії лінійних просторів. Приклади лінійних просторів. Базиси та вимірність лінійних просторів. Координати вектора в деякому базисі та їх перетворення при зміні базиса. Евклідів простір. Ортонормовані системи векторів. Метод ортогоналізації. Лінійний оператор, приклади. Матриця лінійного оператора у заданому базисі. Матриця переходу при заміні базису. Власні числа i власні вектори лінійних операторів. Ортогональний оператор та матриця. Симетрична матриця та оператор.

**Тема 6. Квадратичні форми. Рівняння поверхонь і ліній другого порядку**

Криві на площині.Канонічна форма запису рівнянь еліпса, гіперболи та параболи. Дослідження геометричних властивостей еліпса, гіперболи та параболи. Квадратична форма. Матриця квадратичної форми. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Загальне рівняння кривих другого порядку. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до канонічного вигляду. Поверхні другого порядку. Канонічні форми запису рівнянь основних поверхонь, дослідження форми поверхні методом перерізу. Зведення до канонічного вигляду загального рівняння поверхні другого порядку.

**Модуль 2. Теорія границь та диференціальне числення**

**Змістовий модуль 4.** Теорія границь

**Тема 7. Теорія границь послідовностей.**

Множина дійсних чисел. Числові послідовності. Границя послідовності. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності та їх властивості. Основні властивості послідовностей, які мають границю. Існування границі монотонної послідовності. Число е.

**Тема 8. Теорія границь функцій. Неперервні функції**

Границя функції в точці. Границя функції в нескінченності. Арифметичні властивості границь. Нескінченно малі функції та їх властивості. Нескінченно великі функції. Деякі важливі границі. Порівняння нескінченно малих функцій. Символи "о" та "О". Еквівалентні нескінченно малі. Застосування нескінченно малих для обчислення границь. Неперервні функції. Властивості неперервних у точці функцій: неперервність суми, добутку та частки; границя та неперервність складеної функції. Односторонні границі функцій у точці. Точки розриву функції та їх класифікація. Неперервність функції на відрізку; обмеженість, існування найбільшого та найменшого значення.

**Змістовий модуль 5.** Диференціальне числення функції однієї незалежної змінної.

**Тема 9. Диференціальне числення функцій однієї незалежної змінної**

Похідна функції. Похідна оберненої функції, функцій заданих параметрично. Похідні обернених тригонометричних функцій, гіперболічних функцій. Диференційованість функцій. Неперервність диференційованої функції. Диференціал. Геометричне тлумачення диференціала. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбниця. Теореми Ролля, Коші, Лагранжа. Наслідки. Правила Лопiталя-Бернуллі. Розкриття невизначеностей за правилами Лопiталя-Бернуллі. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа. Зображення функцій еxp(х), sinx, cosx, ln(1+x), (1+х)\*\*n за допомогою формули Тейлора. Застосування диференціального числення до дослідження функцій та побудови графіків. Зростання та спадання функцій. Екстремум. Необхідні та достатні умови екстремуму. Дослідження функцій на опуклість та вгнутість. Точки перегину. Асимптоти кривих. Дослідження функцій та побудова графіків функцій. Приклади. Найменше та найбільше значення функції на відрізку. Полярна система координат, зв'язок з декартовою, графіки функцій у полярній системі.

**Тема 10. Комплексні числа. Дії з комплексними числами**

Означення комплексного числа. Геометричне тлумачення. Алгебраїчна, тригонометрична та показникові форми запису.Дії з комплексними числами.

**Семестр 2**

**Модуль 3. Диференціальне числення функції кількох незалежних змінних та інтегральне числення**

**Змістовий модуль 6.** Диференціальне числення функції кількох незалежних змінних

**Тема 11. Диференціальне числення функції кількох незалежних змінних**

Основні означення. Диференційованість функції кількох змінних. Похідні від складених функцій. Повний диференціал. Похідні від неявних функцій. Похідна за напрямком, градієнт.

Частинні похідні вищих порядків. Незалежність результату диференціювання від порядку диференціювання. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора. Екстремуми функцій багатьох змінних. Необхідні умови екстремуму. Достатні умови екстремуму. Умовний екстремум.

**Змістовий модуль 7.** Інтегральне числення функцій однієї незалежної змінної

**Тема 12. Інтегральне числення функцій однієї незалежної змінної**

Первісна. Невизначений інтеграл, його властивості. Таблиця інтегралів.Найпростіші методи інтегрування. Заміна змінної у невизначеному інтегралі. Інтегрування частинами. Інтегрування простих дробів.Інтегрування лінійних та дробово-лінійних ірраціональностей. Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування квадратичних ірраціональностей. Визначений інтеграл як границя інтегральних сум. Основні властивості визначеного інтеграла. Теорема про середнє значення. Похідна від інтеграла зі змінною верхньою границею. Формула Ньютона-Лейбниця.Застосування визначених інтегралів до обчислення площ плоских фігур у декартових координатах, у полярних координатах, та у випадку функцій, які задані параметрично. Визначення та обчислення довжини дуги кривої. Диференціал довжини дуги кривої. Загальна схема застосування визначеного інтеграла. Приклади з фізики та механіки. Невласні інтеграли з нескінченними границями інтегрування. Означення. Теореми порівняння. Абсолютна збіжність.

**Модуль 4. Криволінійні інтеграли та звичайні диференціальні рівняння**

**Змістовий модуль 8.** Криволінійні інтеграли та звичайні диференціальні рівняння та їх системи

**Тема 13. Криволінійні інтеграли**

Криволінійні інтеграли другого роду, обчислення, застосування. Незалежність криволінійного інтеграла від шляху інтегрування. Відновлення функції за повним диференціалом. Фізичне застосування криволінійних інтегралів.

**Тема 14. Звичайні диференціальні рівняння та їх системи**

Фізичні задачі, які приводять до диференціальних рівнянь. Основні поняття теорії диференціальних рівнянь. Задача Коші. Огляд методів розв'язання диференціальних рівнянь першого порядку: з відокремлюваними змінними, однорідні рівняння, лінійні рівняння, рівняння Бернуллі, рівняння у повних диференціалах, рівняння Клеро і Лагранжа. Диференціальні рівняння вищих порядків. Крайові задачі для диференціальних рівнянь. Рівняння, які припускають пониження порядку. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядкiв. Лінійні однорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами, фундаментальна система розв’язків. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння зi сталими коефіцієнтами. Структура загального розв'язку. Метод Лагранжа варіації довільних сталих. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною. Системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Задача Коші. Матричний метод розв'язання систем лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Елементи теорії стійкості. Стійкість за Ляпуновим. Асимптотична стійкість. Дослідження на стійкість лінійних систем. Дослідження на стійкість за першим наближенням. Критерій стійкості Гурвіца.

**Семестр 3**

**Модуль 5. Ряди**

**Змістовий модуль 9.** Числові та функціональні ряди. Ряди Фур’є. Перетворення Фур’є

**Тема 15. Числові і функціональні ряди**

Числові ряди. Збіжність та сума ряду. Геометрична прогресія. Необхідна умова збіжності ряду Ряди з додатними членами. Теореми порівняння. Ознаки збіжності Даламбера та Коші. Інтегральна ознака збіжності ряду. Оцінка залишку ряду за допомогою інтегральної ознаки. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність рядів. Ряди, члени яких чергуються знаками. Ознака Лейбниця, оцінка залишку ряду. Функціональні ряди, область збіжності. Теореми про рівномірно збіжні ряди. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Інтервал i радіус збіжності. Неперервність суми степеневого ряду. Почленне інтегрування та диференціювання степеневих рядів. Ряд Тейлора. Розкладання в ряд функцій: sin(x), cos(x), exp(x), ln(1+x).Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.

**Тема 16. Ряди Фур'є. Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є**

Ортогональні системи функцій. Приклади. Ряд Фур'є по тригонометричній системі функцій. Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є функцій, заданих на інтервалі (-l, l). Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є парних та непарних функцій. Теорема Діріхлє. Комплексна форма запису ряду Фур'є. Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є. Синус та косинус перетворення Фур'є.

**Модуль 6. Елементи теорії функцій комплексної змінної та їх застосування**

**Змістовий модуль 10.** Функції комплексної змінної

**Тема 17. Функції комплексної змінної**

Основні функції, їх властивості.Диференційованість функції комплексної змінної. Умови Кошi-Рiмана. Гармонічні функції. Відновлення аналітичної функції за її дійсною або уявною частинами. Теорема Коші. Поширення на не однозв’язні області. Інтегральна формула Коші. Ряди Лорана. Ізольовані особливі точки, їх класифікація.Лишки, їх обчислення. Теорема Коші про лишки.

**Тема 18. Операційне числення**

Перетворення Лапласа, його властивості. Клас оригіналів. Клас зображень. Основні теореми операційного числення. Верстка оригіналів, її властивості. Перетворення Лапласа верстки. Відновлення оригінала за зображенням. Розв'язання диференціальних рівнянь та їх систем операційним методом.

**6. Теми практичних занять**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № з/п | Назва теми | Кільк. год. |
| 1 | 2 | 3 |
|  | **Семестр 1** |  |
| 1 | Визначники другого і третього порядків. Перетворення визначників | 2 |
| 2 | Лінійні операції над векторами. Базис, розкладання по базису. Лінійні операції в координатній формi | 2 |
| 3-4 | Скалярний і і векторний векторний добутки векторів. Геометричні застосування | 2 |
| 5 | Мішаний добуток векторів. Геометричні застосування | 2 |
| 6-8 | Площина i пряма. Взаємне розташування площин та прямих. Задачі на пряму і площину | 6 |
| 9 | Матриці. Дії над матрицями | 2 |
| 10 | Канонічні форми запису рівнянь еліпса, гіперболи та параболи. Дослідження геометричних властивостей еліпса, гіперболи та параболи | 2 |
| 11-12 | Границя послідовності. Обчислення границь послідовностей | 4 |
| 13-14 | Границі функцій. Обчислення границь | 4 |
| 15 | Неперервнiсть функції. Точки розриву функції та їх класифікація | 2 |
| 16-17 | Техніка диференціювання | 4 |
| 18 | Диференціал функції, його застосування | 2 |
| 19 | Правила Лопiталя-Бернуллі | 2 |
| 20 | Екстремум функції. Дослідження функцій на опуклість. Точки перегину. Асимптоти | 2 |
| 21-23 | Побудова графіків функцій у декартовiй та полярній системах коорднат | 4 |
| 24 | Дії з комплексними числами | 2 |
|  | **Семестр 2** |  |
| 25-26 | Частинні похідні i повний диференціал функції кількох змінних. Похідні складених функцій, функцій що задані неявно | 4 |
| 27-28 | Дотична площина i нормаль до поверхні. Похідні вищих порядків. Похідна за напрямком | 4 |
| 29 | Екстремуми функцій кількох змінних. Безумовний та умовний екстремуми | 2 |
| 30-35 | Найпростіші методи інтегрування. Заміна інтегрування частинами. Інтегрування раціональних та дробово-раціональних функцій. Інтегрування виразів, з тригонометричними та ірраціональними функціями. | 12 |
| 36-37 | Геометричне i механічне застосування визначених інтегралів: обчислення площ плоских фігур, довжини дуг, об’ємів тіл, площ поверхонь обертання, статичних моментів | 4 |
| 1 | 2 | 3 |
| 38-39 | Невласні інтеграли з нескінченими границями та від необмежених функцій. Теореми порівняння | 4 |
| 40-42 | Криволінійні інтеграли першого та другого роду, обчислення, застосування. Незалежність криволінійного інтеграла від шляху інтегрування. Відновлення функції за повним диференціалом. | 6 |
| 42-43 | Диференціальні рівняння першого порядку | 4 |
| 44-45 | Диференціальні рівняння вищих порядків | 4 |
| 46-48 | Однорідні лінійні рівняння з i сталими коефіцієнтами. Неоднорідні лінійні диференцiальні рівняння з i сталими коефіцієнтами. Метод варіації довільних сталих, рівняння з i спеціальною правою частиною. Розв'язок систем диференціальних рівнянь | 8 |
| 52 | Елементи теорії стійкості Ляпунова розв'язку диференціальних рівнянь | 2 |
|  | **Семестр 3** |  |
| 53-56 | Числові ряди. Ознаки збіжності. Ряди, члени яких чергуються знаками. Теорема Лейбнiця, оцінка залишку ряду. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність рядів | 8 |
| 57 | Функціональні ряди, область збіжності. Рівномірна збіжність. Ознака Вейєрштрасса. Степеневі ряди. Круг збіжності, інтервал i радіус збіжності для рядів з дійсними членами. Інтегрування та диференціювання степеневих рядів. Ряд Тейлора. Розкладання функцій за степенями *(х-а)* | 2 |
| 58-59 | Ряд Фур'є. Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є функцій, заданих на інтервалі  та . Розкладання у тригонометричний ряд Фур’є парних та непарних функцій. Комплексна форма ряду Фур'є | 4 |
| 60-61 | Функції компексних змінних. Диференційованість. Умови Кошi-Рiмана. Гармонічні функції. Відновлення аналітичної функції за її дійсною або уявною частинами | 4 |
| 62-63 | Інтегральна формула Коші. Ряди Лорана. Ізольовані особливі точки, їх класифікація | 4 |
| 64 | Лишки, їх обчислення. Застосування лишків | 2 |
| 65 | Перетворення Лапласа. Клас оригіналів. Клас зображень. Основні теореми операційного числення. Способи відновлення оригінала по зображенню | 2 |
| 66-67 | Розв'язання диференціальних рівнянь та їх систем операційним методом | 4 |
|  | **Разом** | **130** |